Подготовка к ЕГЭ базового уровня.

Использование опорных справочных материалов

КАФЕДРА ЕМД ТОГИРРО,

ЛАВРОВА-КРИВЕНКО Я. В.,

К.П.Н., ДОЦЕНТ

Работа с опорными справочными материалами

Степень и логарифм

Свойства степени
при $a>0$, $b>0$

$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$

$a^n\cdot a^m=a^{n+m}$

$\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$

$\left(a^n\right)^m=a^{nm}$

$(ab)^n=a^n\cdot b^n$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$

Свойства логарифма
при $a>0$, $a\neq1$, $b>0$, $x>0$, $y>0$

$a^{\log_a b}=b$

$\log_a a=1$

$\log_a 1=0$

$\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$

$\log_a\left(\frac{x}{y}\right)=\log_a x-\log_a y$

$\log_a b^k=k\log_a b$

2 Найдите значение выражения $\frac{0,24\cdot10^6}{0,6\cdot10^4}$.

Ответ: ___________________________.

Работа с опорными справочными материалами

Демонстрационный вариант ЕГЭ 2018 г. МАТЕМАТИКА, 11 класс. Базовый уровень. 5 / 22

Степень и логарифм

Свойства степени
при $a>0$, $b>0$

$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$

$a^n\cdot a^m=a^{n+m}$

$\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$

$\left(a^n\right)^m=a^{nm}$

$(ab)^n=a^n\cdot b^n$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$

Свойства логарифма
при $a>0$, $a\neq 1$, $b>0$, $x>0$, $y>0$

$a^{\log_a b}=b$

$\log_a a=1$

$\log_a 1=0$

$\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$

$\log_a\left(\frac{x}{y}\right)=\log_a x-\log_a y$

$\log_a b^k=k\log_a b$

ИЛИ

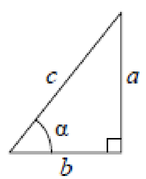
Найдите значение выражения $\frac{2^6\cdot 3^8}{6^5}$.

Ответ: ______________________.

Работа с опорными справочными материалами

Тригонометрические функции

Прямоугольный треугольник

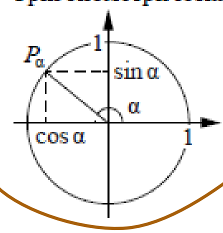


$\sin\alpha = \frac{a}{c}$

$\cos\alpha = \frac{b}{c}$

$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{b}$

Тригонометрическая окружность



Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	радианы	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin\alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos\alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\mathrm{tg}\,\alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

$\boxed{5}$ Найдите $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = 0{,}8$ и $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

Ответ: _____________________________.

Работа с опорными справочными материалами

Формулы сокращенного умножения

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

ИЛИ

Найдите значение выражения $(2\sqrt{13}-1)(2\sqrt{13}+1)$.

Ответ: ___________________________.

Демонстрационный вариант ЕГЭ 2018 г. МАТЕМАТИКА, 11 класс. Базовый уровень. 5 / 22

Степень и логарифм

Свойства степени при $a>0$, $b>0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$\left(a^n\right)^m = a^{nm}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Свойства логарифма при $a>0$, $a \neq 1$, $b>0$, $x>0$, $y>0$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a b^k = k \log_a b$$

ИЛИ

Найдите значение выражения $5^{\log_5 6 + 1}$.

Ответ: ___________________________.

Работа с опорными справочными материалами в процессе подготовки к ЕГЭ по математике базового уровня

1. Система устных мини-зачетов.

2. Фронтальные собеседования по слайдам.

3. Взаимоопрос в парах.

4. На консультациях при решении заданий, - сначала определить какой справочный материал, необходим для их выполнения, а затем уточнить, есть ли он в раздаточных справочных материалах к ЕГЭ по математике базового уровня.

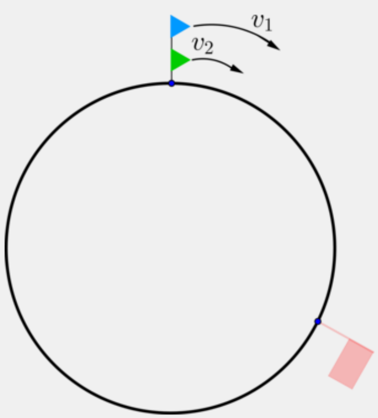
Подготовка к ЕГЭ по математике профильного уровня
Текстовые задачи на движение
(движение объектов по кругу)

Верны те же формулы:

$$S = v \cdot t \qquad v = \frac{S}{t} \qquad t = \frac{S}{v}$$

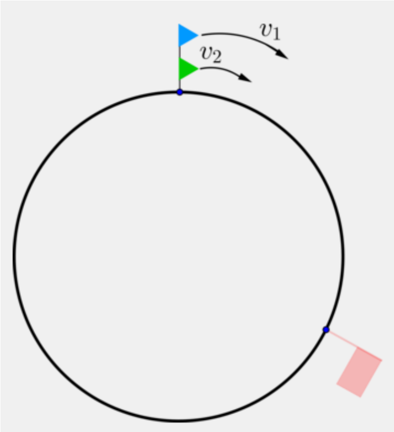
Пусть два тела начали движение *из одной точки в одном направлении* со скоростями $v_1 > v_2$.

Тогда если l — длина круга, t_1 — время, через которое они окажутся в одной точке в первый раз, то:



$$l = (v_1 - v_2) \cdot t_1$$

Подготовка к ЕГЭ по математике профильного уровня *Текстовые задачи на движение (движение объектов по кругу)*



$$l = (v_1 - v_2) \cdot t_1$$

То есть за t_1 первое тело пройдет расстояние на l большее, чем второе тело.

Если t_n — время, через которое они в n–ый раз окажутся в одной точке, то справедлива формула:

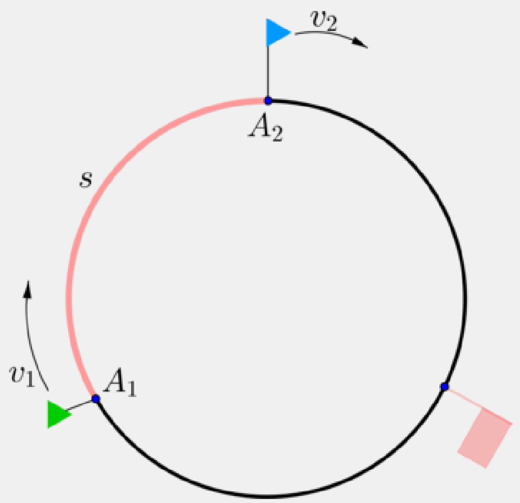
$$t_n = n \cdot t_1$$

Подготовка к ЕГЭ по математике профильного уровня *Текстовые задачи на движение (движение объектов по кругу)*

▶ Пусть два тела начали движение *из разных точек в одном направлении* со скоростями $v_1 > v_2$.

Тогда задача легко сводится к предыдущему случаю: нужно найти сначала время t_1, через которое они окажутся в одной точке в первый раз.

Если на момент начала движения расстояние между ними $\smile{A_1A_2} = s$, то:



$$s = (v_1 - v_2) \cdot t_1$$

Подготовка к ЕГЭ по математике профильного уровня

Текстовые задачи на движение
задача №1
(движение точки по орбите)

Из точки А круговой орбиты далекой планеты одновременно в одном направлении вылетели два метеорита. Скорость первого метеорита на 10000 км/ч больше, чем скорость второго. Известно, что впервые после вылета они встретились через 8 часов. Найдите длину орбиты в километрах.

Подготовка к ЕГЭ по математике профильного уровня

Текстовые задачи на движение
задача №1
(движение точки по орбите)

В тот момент, когда они впервые встретились, разницы расстояний, которые они пролетели, равна длине орбиты.

За 8 часов разница стала

$$8 \cdot 10000 = 80000 \text{ км.}$$

Ответ: 80000.

Подготовка к ЕГЭ по математике профильного уровня
Текстовые задачи на движение
Задача №2
(бег по кругу)

Кот Мурзик бегает от пса Шарика по кругу. Скорости Мурзика и Шарика постоянны. Известно, что Мурзик бежит в 1,5 раза быстрее Шарика и за 10 минут они в сумме пробегают два круга. За сколько минут Шарик пробежит один круг?

Решение:

Так как Мурзик бежит в 1,5 раза быстрее Шарика, то за 10 минут Мурзик и Шарик в сумме пробегают такое же расстояние, которое пробежал бы Шарик

за $10\cdot(1+1{,}5)=25$ минут.

Следовательно, Шарик пробегает два круга за 25 минут,

тогда один круг Шарик пробегает за *12,5 минут*.

Ответ: 12,5.

Подготовка к ЕГЭ по математике профильного уровня
Текстовые задачи на движение
Задача №2
(бег по кругу)

Решение:

Пусть *x* – скорость Шарика, тогда 1,5 *x* – скорость Мурзика.

$$10x + 10 \cdot 1{,}5x = 2$$

$$x = \frac{2}{25}$$

Тогда время, за которое Шарик пробежит 1 круг:

$$t = \frac{1}{\frac{2}{25}}$$

Ответ: 12,5.

Подготовка к ЕГЭ по математике профильного уровня *Текстовые задачи на движение (движение объектов по кругу)*

Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 19 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 15 км/ч больше скорости другого?

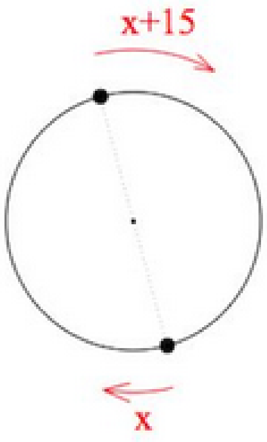
Подготовка к ЕГЭ по математике профильного уровня *Текстовые задачи на движение (движение объектов по кругу)* Задача №3

Решение:

Пусть t ч – время в пути мотоциклистов до первой встречи (стартовали одновременно).

Пусть x км/ч – скорость одного из мотоциклистов, тогда скорость второго

$x + 15$ км/ч согласно условию.



Подготовка к ЕГЭ по математике профильного уровня *Текстовые задачи на движение (движение объектов по кругу)* Задача №3

Решение:

	S (км)	V (км/ч)	t (ч)
I	tx	x	t
II	t(x+15)	x+15	t

Тогда tx (км) – путь, пройденный мотоциклистом с меньшей скоростью до встречи. А второй мотоциклист до встречи должен будет преодолеть $t(x+15)$ км, что на 9,5 км больше пути, пройденного первым, по условию.

Подготовка к ЕГЭ по математике профильного уровня *Текстовые задачи на движение (движение объектов по кругу)* Задача №3

Решение:

Составим уравнение:

$$t(x+15) - tx = 9{,}5$$

$$15t = 9{,}5$$

$$t = \frac{19}{30}.$$

Полученное время в часах, переведем в минуты

$\frac{19}{30}$ часа $= \frac{19\cdot 60}{30}$ мин = 38 мин.

Ответ: 38.

Подготовка к ЕГЭ по математике профильного уровня *Текстовые задачи на движение (движение объектов по кругу)* *Задача №4*

Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист, а через 40 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 8 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще раз через 36 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.

Подготовка к ЕГЭ по математике профильного уровня *Текстовые задачи на движение (движение объектов по кругу)* *Задача №4*

Решение:

Пусть скорость мотоциклиста – x км/мин. За 8 минут он преодолел путь $8x$ км.

Этот же путь проделал велосипедист за 48 минут. Тогда его скорость – $\frac{8x}{48}$, то есть $\frac{x}{6}$ км.

За следующие 36 минут велосипедист проедет $\frac{x}{6} \cdot 36 = 6x$ км.

А мотоциклист $36x$ км. При этом его путь на 30 км больше, чем путь, проделанный велосипедистом.

Поэтому

$$36x - 30 = 6x;$$

$$30x = 30;$$

$$x = 1 \text{ (км/мин).}$$

Переведем скорость в км/час:

$$1\text{км/мин} = 60 \text{ км/ч.}$$

Ответ: 60.

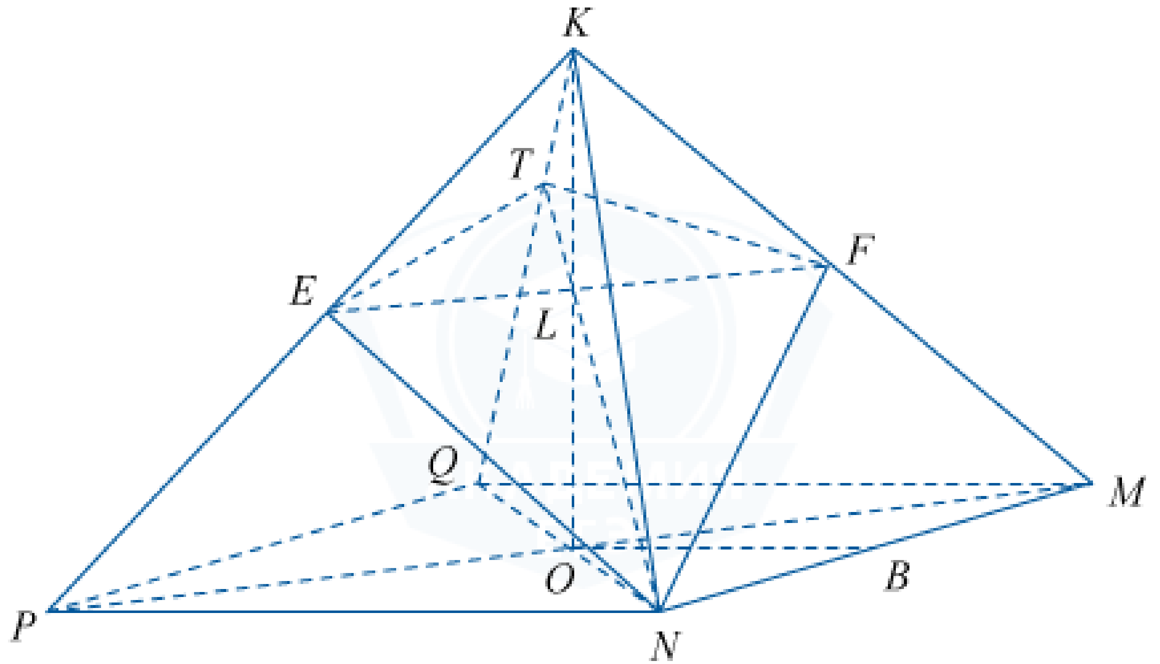
Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 14 – Стереометрия. Задача №3

Дана правильная четырехугольная пирамида KMNPQ со стороной основания MNPQ, равной 6, и боковым ребром $3\sqrt{26}$.

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через прямую NF параллельно диагонали MP, если точка F – середина ребра MK.

б) Найдите величину угла между плоскостью сечения и плоскостью KMP.

Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 14 – Стереометрия. Задача №3



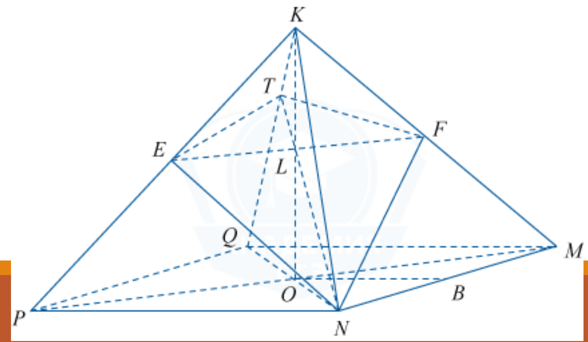
Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 14 – Стереометрия. Задача №3

а) Пусть KO – высота пирамиды, F – середина MK; FE ∥ MP (в плоскости PKM).

Так как FE – средняя линия ΔPKM, то $FE = \frac{MP}{2}$.

Построим сечение пирамиды плоскостью, проходящей через NF и параллельной MP, то есть плоскостью NFE.

L – точка пересечения EF и KO. Так как точки L и N принадлежит искомому сечению и лежат в плоскости KQN, то точка T, полученная как пересечение LN и KQ, является также точкой пересечения искомого сечения и ребра KQ. NETF – искомое сечение.

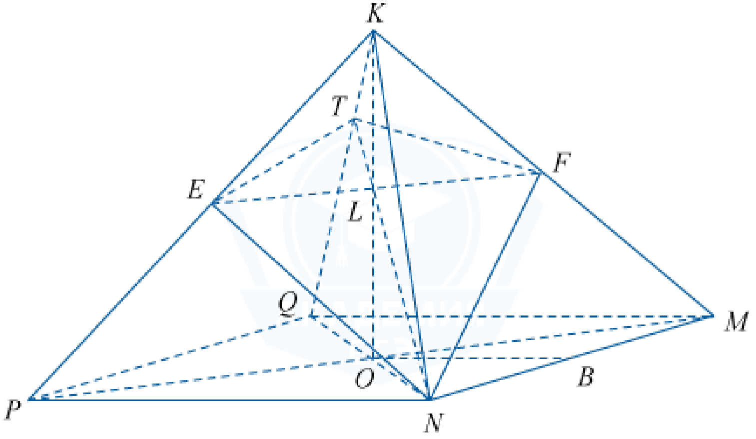


Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 14 – Стереометрия. Задача №3

б) Плоскости NFE и MPK пересекаются по прямой FE. Значит, угол между этими плоскостями равен линейному углу двугранного угла OFEN, построим его: $LO \perp MP$, $MP \parallel FE$, следовательно, $LO \perp FE$;

ΔNFE – равнобедренный ($NE = NF$ как соответствующие медианы равных треугольников KPN и KMN), NL – его медиана ($EL = LF$, так как $PO = OM$, а $\Delta KEF \sim \Delta KPM$). Отсюда $NL \perp FE$ и $\llcorner NLO$ – искомый.

$ON = \frac{1}{2}QN = \frac{1}{2}MN\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$.



Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 14 – Стереометрия.
Задача №3

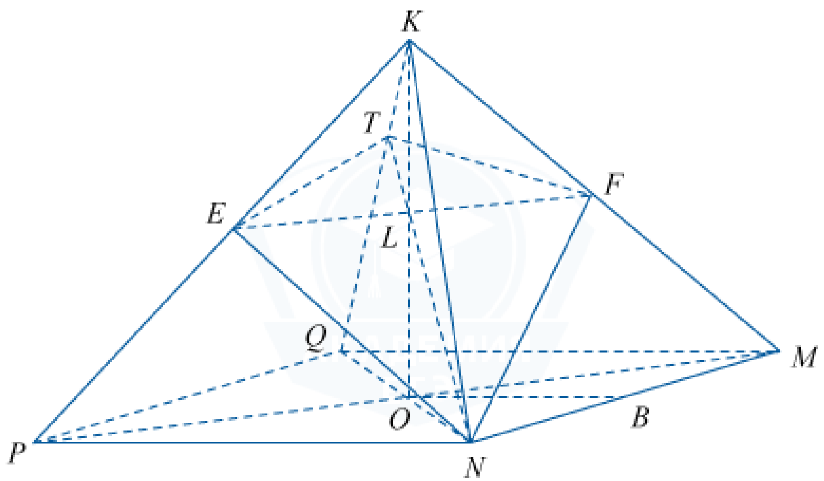
ΔKON – прямоугольный.

Катет KO по теореме Пифагора равен KO = $\sqrt{KN^2 - ON^2}$.

OL = $\frac{1}{2}$ KO = $\frac{1}{2}\sqrt{KN^2 - ON^2} = \frac{1}{2}\sqrt{9 \cdot 26 - 9 \cdot 2}$ = $\frac{1}{2}\sqrt{9(26-2)}$

= $\frac{3}{2}\sqrt{24}$ = $\frac{3}{2} \cdot 2\sqrt{6}$ = $3\sqrt{6}$.

tg∟NLO = $\frac{ON}{OL}$ = $\frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{6}}$ = $\frac{1}{\sqrt{3}}$, ∟NLO = 30°.



Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 14 – Стереометрия.
Задача №2 (Задание для самостоятельной работы)
Проверка

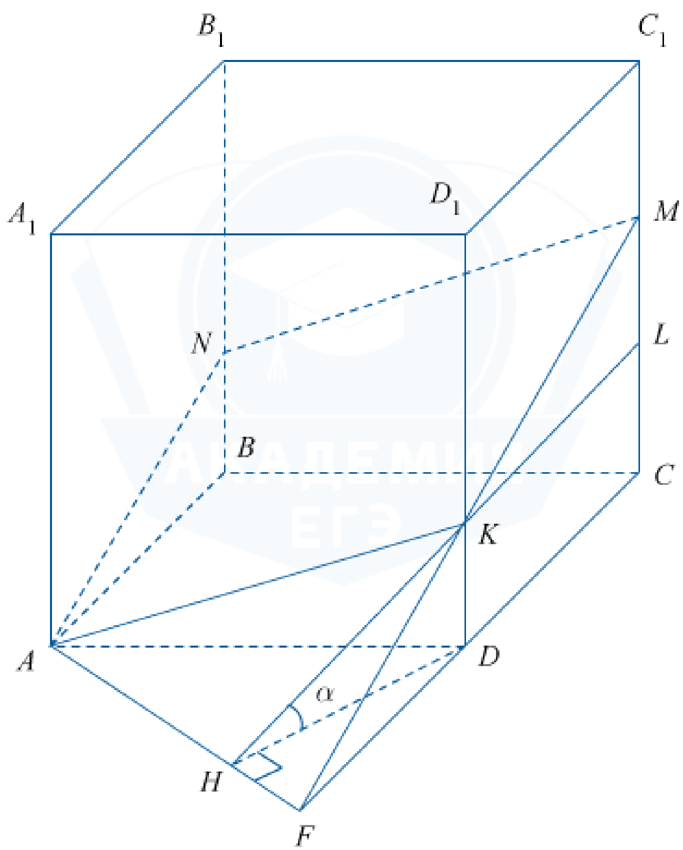
В правильной четырехугольной призме ABCD$A_1B_1C_1D_1$ стороны основания равны 4, боковые ребра равны 6. Точка M – середина ребра CC_1, на ребре BB_1 отмечена точка N, такая, что

BN ÷ NB_1 = 1 ÷ 2.

а) В каком отношении плоскость AMN делит ребро DD_1?

б) Найдите угол между плоскостями ABC и AMN.

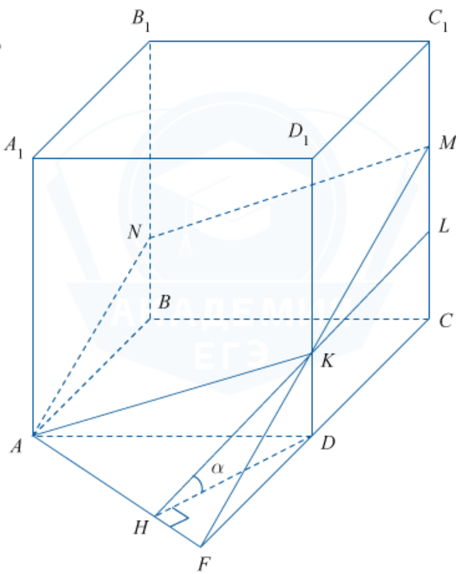
Подготовка к ЕГЭ профильного уровня.
Задание 14 – Стереометрия.
Задача №2
(Задание для самостоятельной работы)
Сверяем решение!



Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 14 – Стереометрия.
Задача №2

а) Плоскость AMN пересекает ребро DD_1 в точке К, являющейся четвертой вершиной сечения данной призмы этой плоскостью.

Сечением является параллелограмм ANMK, потому что противоположные грани данной призмы параллельны.



BN = $\frac{1}{3}BB_1$ = 2. Проведем KL ∥ CD,

тогда треугольники ABN и KLM равны,

значит ML = BN = 2, LC = MC – ML = 3 – 2 = 1, KD = LC = 1.

Тогда KD_1 = 6 -1 = 5.

Теперь можно найти отношение KD÷ $KD_1 = 1 \div 5$.

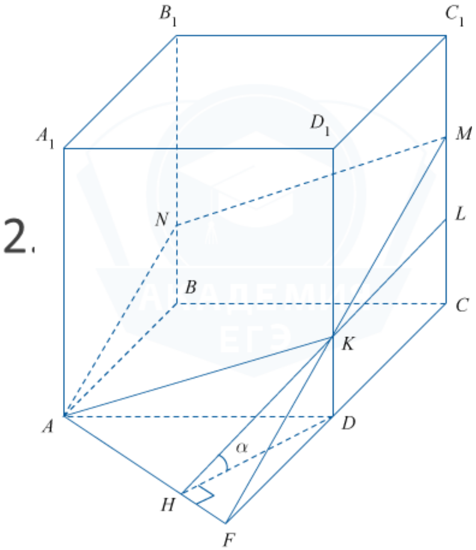
Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 14 – Стереометрия. Задача №2

б) F – точка пересечения прямых CD и KM. Плоскости ABC и AMN пересекаются по прямой AF. Угол ∟KHD = ∝ - линейный угол двугранного угла (HD ⊥ AF, тогда по теореме, обратной теореме о трех перпендикулярах, KH ⊥ AF), и является острым углом прямоугольного треугольника KHD, катет KD = 1.

Треугольники FKD и FMC подобны (KD ∥ MC),

Поэтому FD ÷ FC = KD ÷ MC,

решая пропорцию FD ÷ (FD + 4) = 1 ÷ 3, получим FD = 2.



Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 14 – Стереометрия. Задача №2

В прямоугольном треугольнике AFD ($\llcorner D = 90°$) с катетами 2 и 4 вычислим гипотенузу $\mathrm{AF} = \sqrt{4^2 + \ 2^2} = 2\sqrt{5}$,

$\mathrm{DH} = \mathrm{AD} \cdot \mathrm{FD} \div \mathrm{AF} = \frac{4 \cdot 2}{2\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$.

В прямоугольном треугольнике KDH найдем $\mathrm{tg}\propto = \frac{KD}{DH} = \frac{\sqrt{5}}{4}$,

значит, искомый угол $\propto = \mathrm{arctg}\frac{\sqrt{5}}{4}$.