ЕГЭ 2018
Профильный уровень

Особенности заданий с развернутым ответом КИМ ЕГЭ по математике

Ильина Зоя Владимировна,
старший преподаватель
Кафедры естественно-математических
Дисциплин ТОГИРРО
23 ноября, 2017 г

Документы, определяющие структуру и содержание контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена по математике:

- кодификаторы элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников общеобразовательных учреждений для проведения единого государственного экзамена;
- спецификация контрольных измерительных материалов для проведения единого государственного экзамена;
- демонстрационные варианты контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена.

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ НАУЧНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ

«Федеральный институт педагогических измерений»

ФИПИ

Главная | О нас ▼ | ЕГЭ и ГВЭ-11 ▼ | ОГЭ и ГВЭ-9 ▼ | Поиск документов | Мероприятия ▼ | Отчеты ▼

Главная » ЕГЭ и ГВЭ-11

- Нормативно-правовые документы
- Демоверсии, спецификации, кодификаторы
- Для предметных комиссий субъектов РФ
- Аналитические и методические материалы
- Для выпускников
- ГВЭ
- Итоговое сочинение
- Открытый банк заданий ЕГЭ

ЕГЭ и ГВЭ-11

Единый государственный экзамен (ЕГЭ) — это форма государственной итоговой аттестации (ГИА) по образовательным программам среднего общего образования.

При проведении ЕГЭ используются контрольные измерительные материалы (КИМ), представляющие собой комплексы заданий стандартизированной формы, а также специальные бланки для оформления ответов на задания.

ЕГЭ проводится письменно на русском языке (за исключением ЕГЭ по иностранным языкам).

ЕГЭ организуется и проводится Федеральной службой по надзору в сфере образования и науки (Рособрнадзором) совместно с органами исполнительной власти субъектов Российской Федерации.

ЕГЭ проводится по 14 общеобразовательным предметам:

- Русский язык
- Математика

Итоговое сочинение

Открытый банк заданий ЕГЭ

Открытый банк заданий ОГЭ

ПЕРЕГОВОРНАЯ

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

1. Назначение КИМ ЕГЭ

Единый государственный экзамен (ЕГЭ) представляет собой форму объективной оценки качества подготовки лиц, освоивших образовательные программы среднего общего образования, с использованием заданий стандартизированной формы (контрольных измерительных материалов).

ЕГЭ проводится в соответствии с Федеральным законом от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации».

Контрольные измерительные материалы (КИМ) позволяют установить уровень освоения выпускниками Федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования.

Результаты единого государственного экзамена по математике признаются общеобразовательными организациями, в которых реализуются образовательные программы среднего (полного) общего образования, как результаты государственной итоговой аттестации, а образовательными организациями высшего профессионального образования – как результаты вступительных испытаний по математике.

2. Документы, определяющие содержание КИМ ЕГЭ

Содержание экзаменационной работы определяется на основе Федерального компонента государственного стандарта основного общего и среднего (полного) общего образования (приказ Минобразования России от 05.03.2004 № 1089.

3. Подходы к отбору содержания, разработке структуры КИМ ЕГЭ

Представленная модель экзаменационной работы по математике (кодификаторы элементов содержания и требований для составления КИМ, де-

9. Система оценивания выполнения отдельных заданий и экзаменационной работы в целом

Правильное решение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если экзаменуемый дал правильный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Решения заданий с развернутым ответом оцениваются от 0 до 4 баллов. Полное правильное решение каждого из заданий 13–15 оценивается 2 баллами; каждого из заданий 16 и 17 – 3 баллами; каждого из заданий 18 и 19 – 4 баллами.

Проверка выполнения заданий 13–19 проводится экспертами на основе разработанной системы критериев оценивания.

Максимальный первичный балл за всю работу – 32.

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минобрнауки России от 26.12.2013 № 1400 зарегистрирован Минюстом России 03.02.2014 № 31205)

10. Изменения в КИМ ЕГЭ 2018 года в сравнении с 2017 годом

Изменения структуры и содержания КИМ отсутствуют.

4. Структура КИМ ЕГЭ

Экзаменационная работа состоит из двух частей, которые различаются по содержанию, сложности и числу заданий:

– часть 1 содержит 8 заданий (задания 1–8) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби;

– часть 2 содержит 4 задания (задания 9–12) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби и 7 заданий (задания 13–19) с развернутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий).

Задания части 1 направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях.

6. Распределение заданий КИМ по уровню сложности

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня (задания 1–8). Часть 2 содержит 9 заданий повышенного уровня (задания 9–17) и 2 задания высокого уровня сложности (задания 18, 19).

В таблице 4 приведено распределение заданий экзаменационной рабо-

Высокий	2	8	25
Итого	19	32	100

7. Продолжительность ЕГЭ по математике профильного уровня

На выполнение экзаменационной работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

8. Дополнительные материалы и оборудование

Перечень дополнительных устройств и материалов, пользование которыми разрешено на ЕГЭ, утвержден приказом Минобрнауки России. Необходимые справочные материалы выдаются вместе с текстом экзаменационной работы. При выполнении заданий разрешается пользоваться линейкой.

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

Кодификатор требований

Кодификатор
требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения единого государственного экзамена по МАТЕМАТИКЕ

Кодификатор требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения единого государственного экзамена по математике составлен на основе Обязательного минимума содержания основных образовательных программ и Требований к уровню подготовки выпускников средней школы (приказ Минобразования России от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента Государственных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования»).

Кодификатор требований по всем разделам включает в себя требования к уровню подготовки выпускников образовательных организаций (базовый уровень).

В первом столбце таблицы указаны коды разделов, на которые разбиты требования к уровню подготовки по математике. Во втором столбце указан код требования, для которого создаются экзаменационные задания. В третьем столбце указаны требования (умения), проверяемые заданиями экзаменационной работы.

Код разде-ла	Код контролиру-емого требования (умения)	Требования (умения), проверяемые заданиями экзаменационной работы
1		**Уметь выполнять вычисления и преобразования**
	1.1	Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма
	1.2	Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования
	1.3	Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции
2		**Уметь решать уравнения и неравенства**
	2.1	Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы
	2.2	Решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод
	2.3	Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы
3		**Уметь выполнять действия с функциями**
	3.1	Определять значение функции по значению аргумента при

		различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций
	3.2	Вычислять производные и первообразные элементарных функций
	3.3	Исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции
4		**Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами**
	4.1	Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей)
	4.2	Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы
	4.3	Определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами
5		**Уметь строить и исследовать простейшие математические модели**
	5.1	Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры
	5.2	Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин
	5.3	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения
	5.4	Моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий
6		**Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни**
	6.1	Анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах
	6.2	Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках
	6.3	Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения

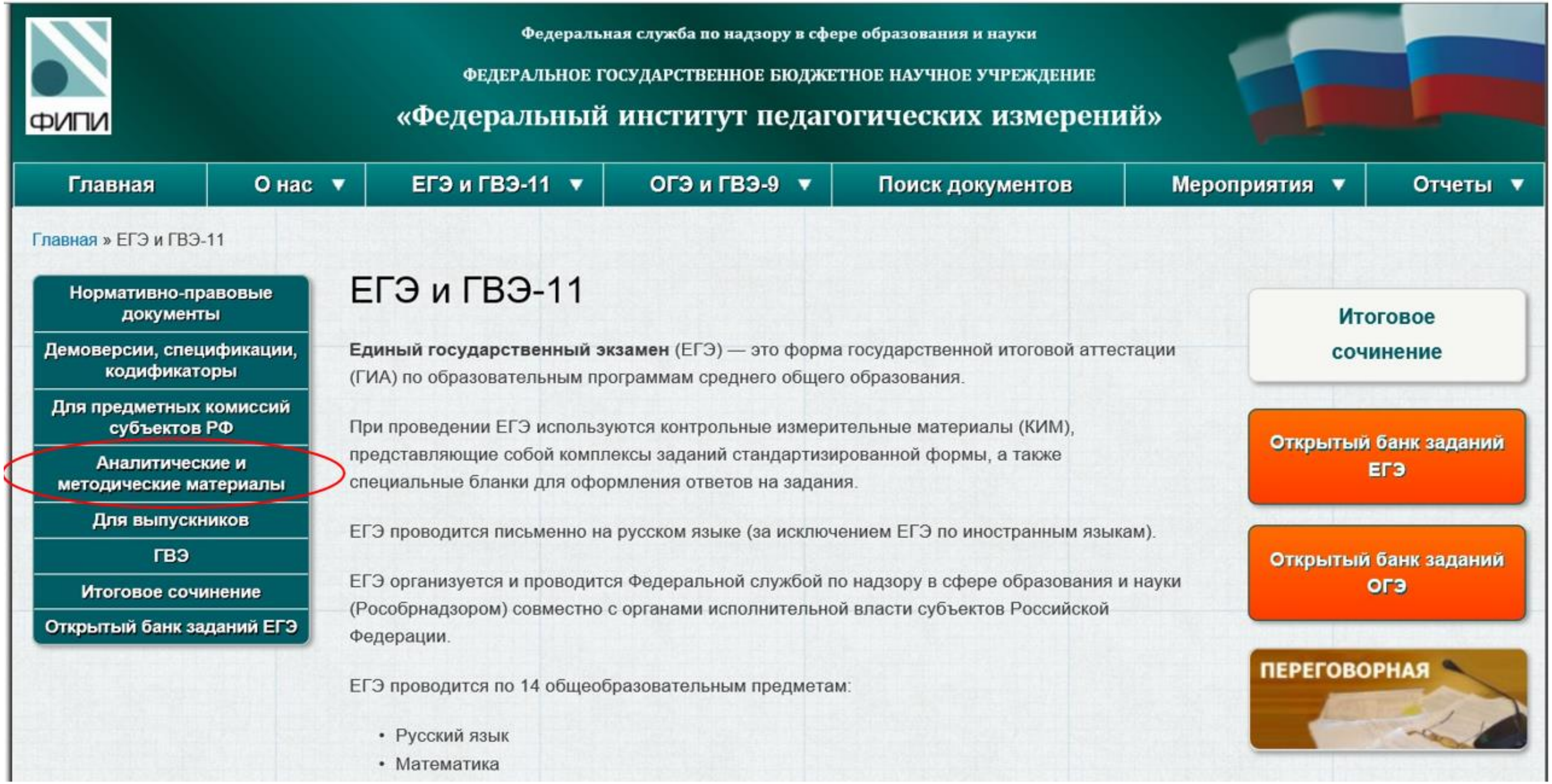
ЕГЭ 2018. Профильный уровень

Кодификатор содержания

	1.4.2	Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень
	1.4.3	Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени
	1.4.4	Преобразования тригонометрических выражений
	1.4.5	Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования
	1.4.6	Модуль (абсолютная величина) числа
2		**Уравнения и неравенства**
2.1		*Уравнения*
	2.1.1	Квадратные уравнения
	2.1.2	Рациональные уравнения
	2.1.3	Иррациональные уравнения
	2.1.4	Тригонометрические уравнения
	2.1.5	Показательные уравнения
	2.1.6	Логарифмические уравнения
	2.1.7	Равносильность уравнений, систем уравнений
	2.1.8	Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными
	2.1.9	Основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных
	2.1.10	Использование свойств и графиков функций при решении уравнений
	2.1.11	Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем
	2.1.12	Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений
2.2		*Неравенства*
	2.2.1	Квадратные неравенства
	2.2.2	Рациональные неравенства
	2.2.3	Показательные неравенства
	2.2.4	Логарифмические неравенства
	2.2.5	Системы линейных неравенств
	2.2.6	Системы неравенств с одной переменной
	2.2.7	Равносильность неравенств, систем неравенств
	2.2.8	Использование свойств и графиков функций при решении неравенств
	2.2.9	Метод интервалов
	2.2.10	Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем
3		**Функции**
3.1		*Определение и график функции*
	3.1.1	Функция, область определения функции
	3.1.2	Множество значений функции
	3.1.3	График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях
	3.1.4	Обратная функция. График обратной функции

	3.1.5	Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат
3.2		*Элементарное исследование функций*
	3.2.1	Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания
	3.2.2	Чётность и нечётность функции
	3.2.3	Периодичность функции
	3.2.4	Ограниченность функции
	3.2.5	Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции
	3.2.6	Наибольшее и наименьшее значения функции
3.3		*Основные элементарные функции*
	3.3.1	Линейная функция, её график
	3.3.2	Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, её график
	3.3.3	Квадратичная функция, её график
	3.3.4	Степенная функция с натуральным показателем, её график
	3.3.5	Тригонометрические функции, их графики
	3.3.6	Показательная функция, её график
	3.3.7	Логарифмическая функция, её график
4		**Начала математического анализа**
4.1		*Производная*
	4.1.1	Понятие о производной функции, геометрический смысл производной
	4.1.2	Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком
	4.1.3	Уравнение касательной к графику функции
	4.1.4	Производные суммы, разности, произведения, частного
	4.1.5	Производные основных элементарных функций
	4.1.6	Вторая производная и её физический смысл
4.2		*Исследование функций*
	4.2.1	Применение производной к исследованию функций и построению графиков
	4.2.2	Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах
4.3		*Первообразная и интеграл*
	4.3.1	Первообразные элементарных функций
	4.3.2	Примеры применения интеграла в физике и геометрии
5		**Геометрия**
5.1		*Планиметрия*
	5.1.1	Треугольник
	5.1.2	Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат
	5.1.3	Трапеция
	5.1.4	Окружность и круг
	5.1.5	Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника
	5.1.6	Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника

ЕГЭ 2018. Профильный уровень



ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

И.В. Ященко, А.В. Семенов, И.Р. Высоцкий

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2017 года

по МАТЕМАТИКЕ

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

Анализ результатов (профильный уровень)

Обозначение задания в работе	Проверяемые требования (умения)	Уровень сложности задания	Результаты выполнения, 2017г.(%) ТО	Россия
1	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Б	87,73%	87%
2	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Б	97,38%	98%
3	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	88,30%	87%
4	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Б	89,62%	87%
5	Уметь решать уравнения и неравенства	Б	89,05%	93%
6	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	54,87%	69%
7	Уметь выполнять действия с функциями	Б	50,89%	69%
8	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	42,17%	42%
9	Уметь выполнять вычисления и преобразования	П	43,30%	34%
10	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	П	69,61%	57%
11	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	П	22,14%	31%
12	Уметь выполнять действия с функциями	П	34,45%	54%

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

Анализ результатов (профильный уровень)

Обозначение задания в работе	Проверяемые требования (умения)		Уровень сложности задания	Результаты выполнения, 2017г.(%)	Россия
13	Уметь решать уравнения и неравенства	2 балла 1балл	П	25,37% 8,27%	38%
14	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	2 балла 1балл	П	0,17% 3,47%	11%
15	Уметь решать уравнения и неравенства	2 балла 1балл	П	7,78% 2,96%	15%
16	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	3балла 2 балла 1балл	П	0,43% 0,02% 0,47%	2%
17	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	3балла 2 балла 1балл	П	9,85% 2,13% 3,42%	15%
18	Уметь решать уравнения и неравенства	4балла 3балла 2 балла 1балл	В	0,02% 0,06% 0,02% 0,70%	3%
19	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	4балла 3балла 2 балла 1балл	В	0,13% 0,15% 1,06% 3,47%	17%

13 а) Решите уравнение $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$.

Ответ: а) πn, $n \in \mathbb{Z}$; $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

б) -2π; $-\frac{11\pi}{6}$; $-\frac{7\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или пункте *б* ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in Z;\ \frac{5\pi}{6}+2\pi m,\ m\in Z;$

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Решение.

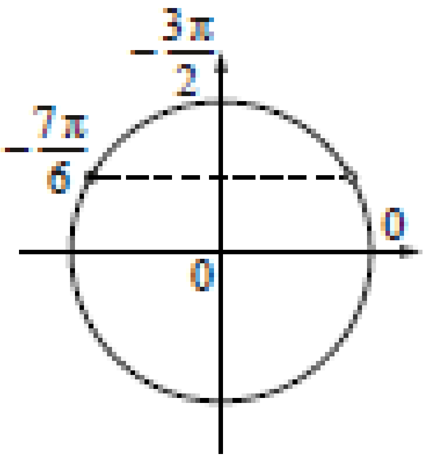
а) Пусть $t = \log_4(4\sin x)$, тогда исходное уравнение запишется в виде $2t^2 - 5t + 2 = 0$, откуда $t = 2$ или $t = \frac{1}{2}$.

При $t = 2$ получим: $\log_4(4\sin x) = 2$, значит, $\sin x = 4$, что невозможно.

При $t = \frac{1}{2}$ получим: $\log_4(4\sin x) = \frac{1}{2}$, значит, $\sin x = \frac{1}{2}$, откуда $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, или $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Получим число $-\frac{7\pi}{6}$.



Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$;

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

13 а) Решите уравнение

$$9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3} + 2\pi l$, $l \in \mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) 3π; $\frac{11\pi}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

а) $2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0,\quad \log_4(4\sin x)=t,$

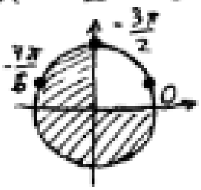
$2t^2-5t+2=0;\quad D=25-16=9=3^2,\quad t_1=\frac{5-3}{4}=\frac{1}{2};\quad t_2=\frac{5+3}{4}=1;$

$\log_4(4\sin x)=t_1=\frac{1}{2};\quad \log_4(4\sin x)=\log_4 2,\quad 4\sin x=2;\quad \sin x=\frac{1}{2};$

$x\in\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ k\in Z;\quad x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in Z;$

$\log_4(4\sin x)=t_2=1;\quad \log_4(4\sin x)=\log_4 4;\quad 4\sin x=4;\quad \sin x=1;$

$x=\frac{\pi}{2}+2\pi k,\ k\in Z$ Ответ: $x=\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ \frac{\pi}{2}+2\pi k,\ \frac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in Z$

б) 

Ответ: $-\frac{3\pi}{2},\ -\frac{7\pi}{6}.$

Ответ: а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\ \frac{5\pi}{6}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z};$

б) $-\frac{7\pi}{6}.$

? баллов

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

а) $2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0$, $\log_4(4\sin x)=t$,

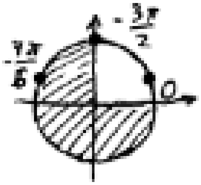
$2t^2-5t+2=0$; $D=25-16=9=3^2$, $t_1=\frac{5-3}{4}=\frac{1}{2}$; $t_2=\frac{5+3}{4}=1$;

$\log_4(4\sin x)=t_1=\frac{1}{2}$; $\log_4(4\sin x)=\log_4 2$, $4\sin x=2$; $\sin x=\frac{1}{2}$;

$x=\frac{\pi}{6}+2\pi k$, $k\in Z$; $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k$, $k\in Z$;

$\log_4(4\sin x)=t_2=1$; $\log_4(4\sin x)=\log_4 4$; $4\sin x=4$; $\sin x=1$;

$x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$, $k\in Z$ Ответ: $x=\frac{\pi}{6}+2\pi k$, $\frac{\pi}{2}+2\pi k$, $\frac{5\pi}{6}+2\pi k$, $k\in Z$

б) 

Ответ: $-\frac{3\pi}{2}$, $-\frac{7\pi}{6}$.

Обоснованно получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом выполнены оба пункта – **1 балл**

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

13) а) ОДЗ: $4\sin x > 0$

$\sin x > 0$

Для таких x решим методом интервалов

Пусть $\log_4(4\sin x) = t$; $t \geq 0$

$2t^2 - 5t + 2 = 0$

$D = 25 - 4\cdot 2\cdot 2$

$D = 25 - 16$

$D = 9$

$t_1 = \frac{5+3}{2}$ $\quad t_1 = 4$

$t_2 = \frac{5-3}{2}$ $\quad t_2 = 1$

Обратная замена

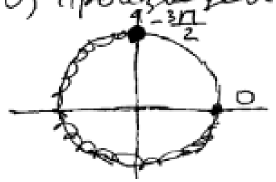
$\log_4(4\sin x) = 1$ или $\log_4(4\sin x) = 4$

$4\sin x = 4$ $\quad 4\sin x = 256$

$\sin x = 1$ $\quad \sin x = 64$

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ $\quad$ Нет решений.

б) Произведём отбор на единичной окружности



$-\frac{3\pi}{2}$

Ответ: а) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n; n \in Z$ б) $-\frac{3\pi}{2}$

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m,\ m \in \mathbb{Z}$;

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

? баллов

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

13) а) ОДЗ: $4\sin x > 0$
$\sin x > 0$

Для таких x решим методом интервалов

Пусть $\log_4(4\sin x) = t$; $t \geq 0$

$2t^2 - 5t + 2 = 0$

$D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2$

$D = 25 - 16$

$D = 9$

$t_1 = \frac{5+3}{2}$ $t_1 = 4$

$t_2 = \frac{5-3}{2}$ $t_2 = 1$

Обратная замена

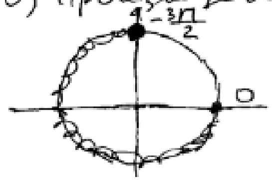
$\log_4(4\sin x) = 1$ или $\log_4(4\sin x) = 4$

$4\sin x = 4$ $4\sin x = 256$

$\sin x = 1$ $\sin x = 64$

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ нет решений.

б) Произведём отбор на единичной окружности



$-\frac{3\pi}{2}$

Ответ: а) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n; n \in Z$ б) $-\frac{3\pi}{2}$

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z};\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi m,\ m \in \mathbb{Z};$

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

0 баллов

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z};\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi m,\ m \in \mathbb{Z};$

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

а) $2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0$

Пусть $\log_4(4\sin x) = t$, тогда:

$2t^2 - 5t + 2 = 0$

$D = 25 - 16 = 9 = (3)^2$

$t_1 = \frac{5+3}{4} = 2$; $t_2 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}$;

(1) $\log_4(4\sin x) = 2$;

$4\sin x = 16$;

$\sin x = 4$ – таких x не существует, так как $\sin \in [-1; 1]$;

(2) $\log_4(4\sin x) = \frac{1}{2}$;

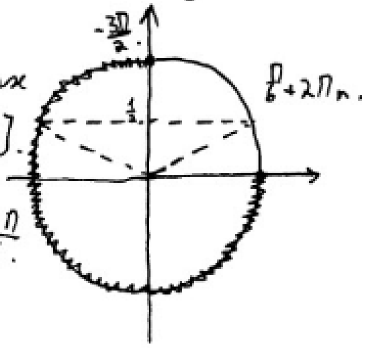
$4\sin x = 2$;

$\sin x = \frac{1}{2}$;

$x = \frac{\Pi}{6} + 2\Pi n$ и $x = \frac{5\Pi}{6} + 2\Pi n$.

б) $\left[-\frac{3\Pi}{2}; 0\right]$

Рассмотрим на единичной окружности данный отрезок и корни:



~~но~~ корень $\frac{\Pi}{6} + 2\Pi n$ ни при каких условиях не будет лежать на $\left[-\frac{3\Pi}{2}; 0\right]$.

корень $\frac{5\Pi}{6} + 2\Pi n$ попадет на этот отрезок в точке $\frac{5\Pi}{6} - 2\Pi = -\frac{7\Pi}{6}$.

Ответ: а) $\frac{\Pi}{6} + 2\Pi n$; $\frac{5\Pi}{6} + 2\Pi n$; б) $-\frac{7\Pi}{6}$.

смотри на обороте.

? баллов

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\ \frac{5\pi}{6}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z};$

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

а) $2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0$

Пусть $\log_4(4\sin x)=t$, тогда:

$2t^2-5t+2=0$

$D=25-16=9=(3)^2$

$t_1=\frac{5+3}{4}=2$; $t_2=\frac{5-3}{4}=\frac{1}{2}$;

(1) $\log_4(4\sin x)=2$;

$4\sin x=16$;

$\sin x=4$ – таких x не существует, так как $\sin\in[-1;1]$;

(2) $\log_4(4\sin x)=\frac{1}{2}$;

$4\sin x=2$;

$\sin x=\frac{1}{2}$;

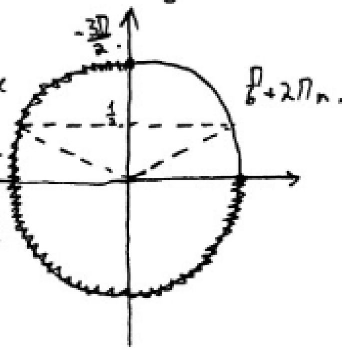
$x=\frac{\Pi}{6}+2\Pi n$ и $x=\frac{5\Pi}{6}+2\Pi n$.

б) $\left[-\frac{3\Pi}{2};0\right]$

Рассмотрим на единичной окружности данный отрезок и корни:

~~по~~ корень $\frac{\Pi}{6}+2\Pi n$ ни при каких условиях не будет лежать на $\left[-\frac{3\Pi}{2};0\right]$.

корень $\frac{5\Pi}{6}+2\Pi n$ попадет на этот отрезок в точке $\frac{5\Pi}{6}-2\Pi=-\frac{7\Pi}{6}$.



Ответ: а) $\frac{\Pi}{6}+2\Pi n$; $\frac{5\Pi}{6}+2\Pi n$; б) $-\frac{7\Pi}{6}$.

смотри на обороте.

2 балла

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\ \frac{5\pi}{6}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z};$

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

$2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0$

$t=\log_4(4\sin x)$

$2t^2-5t+2=0$

$D=25-16=9$

$t=\frac{5\pm3}{4}$

$t_1=2 \quad t_2=\frac{1}{2}$

$\log_4(4\sin x)=2$

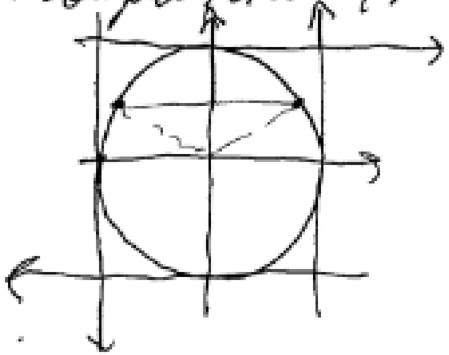
$4\sin x=16$

$\sin x=4$ — невозможно $(\sin x\in[-1;1])$

$\log_4(4\sin x)=\frac{1}{2}$

$4\sin x=2$

$\sin x=\frac{1}{2}$



а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in Z$

$\frac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in Z$

б) $\left\{-\frac{7\pi}{6}\right\}$

? баллов

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\ \frac{5\pi}{6}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z};$

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

$2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0$ $\quad t=\log_4(4\sin x)$

$2t^2-5t+2=0$

$D=25-16=9$

$t=\frac{5\pm3}{4}$

$t_1=2 \quad t_2=\frac{1}{2}$

$\log_4(4\sin x)=2$

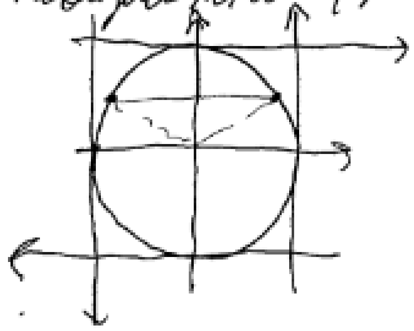
$4\sin x=16$

$\sin x=4$ – невозможно $(\sin x\in[-1;1])$

$\log_4(4\sin x)=\frac{1}{2}$

$4\sin x=2$

$\sin x=\frac{1}{2}$



а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in Z$

$\frac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in Z$

б) $\left\{-\frac{7\pi}{6}\right\}$

Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*, отбор корней произведен неверно (при правильном ответе) – **1 балл**

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$;

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

№ 13 $\quad 2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0 \qquad \log_4(4\sin x) = t$

ОДЗ
$4\sin x \neq 0$
$\sin x \neq 0$
$x \neq \pi n \quad n \in Z$

$2t^2 - 5t + 2 = 0 \qquad D = 25 - 16 = 9$

$t_1 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}$

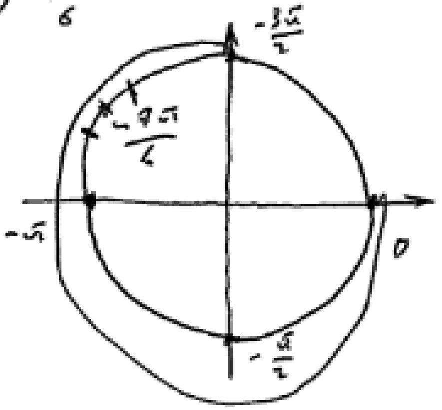
$t_2 = \frac{5+3}{4} = 2$

$\left[\begin{array}{l}\log_4(4\sin x) = 2\\ \log_4(4\sin x) = \frac{1}{2}\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}8 = 4\sin x\\ 2 = 4\sin x\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}\sin x = 2\\ \sin x = \frac{1}{2}\end{array}\right.$

не подходит т.к. $-1 \le \sin x \le 1$

$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n; \ \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \qquad n \in Z$

$\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$



Ответ: а) $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n; \ \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$

б) ~~же~~ $-\frac{7\pi}{6} \qquad n \in Z$

? баллов

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$;

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

№ 13 $2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0$ $\log_4(4\sin x)=t$ ОДЗ $4\sin x\neq0$, $\sin x\neq0$, $x\neq\pi n$ $n\in Z$

$2t^2-5t+2=0$ $D=25-16=9$

$t_1=\frac{5-3}{4}=\frac{1}{2}$

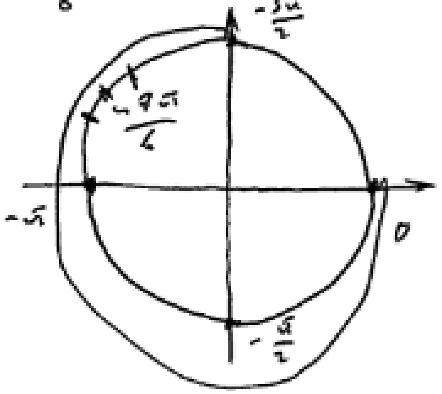
$t_2=\frac{5+3}{4}=2$

$\left[\begin{array}{l}\log_4(4\sin x)=2\\ \log_4(4\sin x)=\frac{1}{2}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}8=4\sin x\\ 2=4\sin x\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}\sin x=2\\ \sin x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$

не подходит т.к. $-1\le\sin x\le1$

$x=\frac{\pi}{6}+2\pi n;\ \frac{5\pi}{6}+2\pi n$ $n\in Z$

$\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$



Ответ: а) $x=\frac{\pi}{6}+2\pi n;\ \frac{5\pi}{6}+2\pi n$

б) $-\frac{7\pi}{6}$ $n\in Z$

0 баллов

а) Решите уравнение

$$9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3}+2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$;

б) 3π; $\frac{11\pi}{3}$.

13. а) $9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0$

$9\cdot(9^2)^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0$

Пусть $9^{\cos x}=t$, тогда:

$9t^2-28t+3=0$

$D=(-28)^2-4\cdot 9\cdot 3=784-108=676$

$t_1=\frac{28-26}{2\cdot 9}=\frac{2}{18}=\frac{1}{9}$; $t_2=\frac{28+26}{2\cdot 9}=\frac{54}{18}=3$

Вернемся к замене: $9^{\cos x}=\frac{1}{9}$ или $9^{\cos x}=3$

$\cos x=-1$

$x=\pi+\pi d, d\in Z$

$(3^2)^{\cos x}=3^1$

$2\cos x=1$

$\cos x=\frac{1}{2}$

$x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n, n\in Z$

б) $[\frac{5\pi}{2};4\pi]$

$\frac{5\pi}{2}\leq\frac{\pi}{3}+2\pi n\leq 4\pi$; $\frac{5\pi}{2}\leq-\frac{\pi}{3}+2\pi k\leq 4\pi$ $\frac{5\pi}{2}\leq\pi+\pi d\leq 4\pi$

$\frac{5}{2}\leq\frac{1}{3}+2n\leq 4, n\in z$ $\frac{5}{2}\leq-\frac{1}{3}+2k\leq 4, k\in z$ $\frac{5}{2}\leq 1+d\leq 4, d\in z$

$2\frac{1}{6}\leq 2n\leq 3\frac{2}{3}, n\in z$ $2\frac{5}{6}\leq 2k\leq 4\frac{1}{3}, k\in z$ $1\frac{1}{2}\leq d\leq 3, d\in z$

$1\frac{1}{12}\leq n\leq 1\frac{5}{6}, n\in z$ $1\frac{5}{12}\leq k\leq 2\frac{1}{6}, k\in z$ $d=2, 3$

n - нет чисел $k=2$ $x_2=\pi+2\pi=3\pi$

$x_1=-\frac{\pi}{3}+2\cdot 2\pi=\frac{11\pi}{3}$ $x_3=\pi+4\pi=5\pi$

Ответ: а) $x=\pi+\pi d, d\in z$; $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n, n\in z$;

б) $x_1=\frac{11\pi}{3}$; $x_2=3\pi$; $x_3=5\pi$

? баллов

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

а) Решите уравнение

$$9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3}+2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$;

б) 3π; $\frac{11\pi}{3}$.

Все бланки и листы с контрол

13. а) $9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0$

$9\cdot(9^2)^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0$

Пусть $9^{\cos x}=t$, тогда:

$9t^2-28t+3=0$

$D=(-28)^2-4\cdot 9\cdot 3=784-108=676$

$t_1=\frac{28-26}{2\cdot 9}=\frac{2}{18}=\frac{1}{9}$; $t_2=\frac{28+26}{2\cdot 9}=\frac{54}{18}=3$

Вернемся к замене: $9^{\cos x}=\frac{1}{9}$ или $9^{\cos x}=3$

$\cos x=-1$

$x=\pi+\pi d,\ d\in Z$

$(3^2)^{\cos x}=3^1$

$2\cos x=1$

$\cos x=\frac{1}{2}$

$x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z$

б) $[\frac{5\pi}{2};4\pi]$

$\frac{5\pi}{2}\le\frac{\pi}{3}+2\pi n\le 4\pi$;

$\frac{5}{2}\le\frac{1}{3}+2n\le 4,\ n\in Z$

$2\frac{1}{6}\le 2n\le 3\frac{2}{3},\ n\in Z$

$1\frac{1}{12}\le n\le 1\frac{5}{6},\ n\in Z$

n - нет чисел

$\frac{5\pi}{2}\le-\frac{\pi}{3}+2\pi k\le 4\pi$

$\frac{5}{2}\le-\frac{1}{3}+2k\le 4,\ k\in Z$

$2\frac{5}{6}\le 2k\le 4\frac{1}{3},\ k\in Z$

$1\frac{5}{12}\le k\le 2\frac{1}{6},\ k\in Z$

$k=2$

$x_1=-\frac{\pi}{3}+2\cdot 2\pi=\frac{11\pi}{3}$

$\frac{5\pi}{2}\le\pi+\pi d\le 4\pi$

$\frac{5}{2}\le 1+d\le 4,\ d\in Z$

$1\frac{1}{2}\le d\le 3,\ d\in Z$

$d=2,3$

$x_2=\pi+2\pi=3\pi$

$x_3=\pi+4\pi=5\pi$

Ответ: а) $x=\pi+\pi d,\ d\in Z$; $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z$;

б) $x_1=\frac{11\pi}{3}$; $x_2=3\pi$; $x_3=5\pi$

0 баллов

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

а) Решите уравнение

$$9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

№13

Ответ: а) $\pi+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3}+2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$;

б) 3π; $\frac{11\pi}{3}$.

$9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0$

а) $9t^2-28t+3=0$

$D=784-108=676$

$t_1=\frac{28+26}{18}=3$

$t_2=\frac{28-26}{18}=\frac{1}{9}$

$9^{\cos x}=3$

$\cos x=\frac{1}{2}$ $\qquad$ $\cos x=-1$

$x=\frac{\pi}{3}+2\pi k$ $\qquad$ $x=\pi+2\pi k$

$x=-\frac{\pi}{3}+2\pi k$

$\frac{5\pi}{2}\le\pi+2\pi k\le 4\pi$

$0{,}75\le k\le 1{,}5$

$k=1.$

Ответ: $x_1=3\pi$; $x_2=\frac{11\pi}{3}$

б) $+\ \frac{5\pi}{2}\le\frac{\pi}{3}+2\pi k\le 4\pi$

$+\ \frac{5}{2}-\frac{1}{3}\le 2k\le 4-\frac{1}{3}$

$+\ \frac{15-2}{12}\le k\le\frac{12-1}{6}$

$+\ \frac{13}{12}\le k\le\frac{11}{6}$

~~$k=-1,0,1.$~~ $k\in\varnothing$

$+\ \frac{5\pi}{2}\le-\frac{\pi}{3}+2\pi k\le 4\pi$

$+\ \frac{5}{2}+\frac{1}{3}\le 2k\le 4+\frac{1}{3}$

$+\ \frac{15+2}{12}\le k\le\frac{12+1}{6}$

$+\ \frac{17}{12}\le k\le\frac{13}{6}$

$k=\cancel{-1,0,1,2}.\ 2$

? баллов

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

а) Решите уравнение

$$9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi+2\pi k,\ k\in\square;\ \frac{\pi}{3}+2\pi l,\ l\in\square;\ -\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in\square;$

б) $3\pi;\ \frac{11\pi}{3}$.

№13

$9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0$

а) $9t^2-28t+3=0$

$D=784-108=676$

$t_1=\frac{28+26}{18}=3$

$t_2=\frac{28-26}{18}=\frac{1}{9}$

$9^{\cos x}=3$

$\cos x=\frac{1}{2}$ $\qquad$ $\cos x=-1$

$x=\frac{\pi}{3}+2\pi k$ $\qquad$ $x=\pi+2\pi k$

$x=-\frac{\pi}{3}+2\pi k$

$\frac{5\pi}{2}\leq\pi+2\pi k\leq 4\pi$

$0{,}75\leq k\leq 1{,}5$

$k=1.$

Ответ: $x_1=3\pi$; $x_2=\frac{11\pi}{3}$

б) $\frac{5\pi}{2}\leq\frac{\pi}{3}+2\pi k\leq 4\pi$

$\frac{5}{2}-\frac{1}{3}\leq 2k\leq 4-\frac{1}{3}$

$\frac{15-2}{12}\leq k\leq\frac{12-1}{6}$

$\frac{13}{12}\leq k\leq\frac{11}{6}$

$\cancel{k=-1,0,1.}$ $k\in\varnothing$

$\frac{5\pi}{2}\leq-\frac{\pi}{3}+2\pi k\leq 4\pi$

$\frac{5}{2}+\frac{1}{3}\leq 2k\leq 4+\frac{1}{3}$

$\frac{15+2}{12}\leq k\leq\frac{12+1}{6}$

$\frac{17}{12}\leq k\leq\frac{13}{6}$

$k=\cancel{-1,0,1,2}.\ 2$

2 балла

15

Решите неравенство $\dfrac{9^x-2\cdot 3^{x+1}+4}{3^x-5}+\dfrac{2\cdot 3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$.

Решение.

Пусть $t=3^x$, тогда неравенство примет вид:

$$\frac{t^2-6t+4}{t-5}+\frac{6t-51}{t-9}\le t+5;\ \frac{(t-1)(t-5)}{t-5}-\frac{1}{t-5}+\frac{6(t-9)}{t-9}+\frac{3}{t-9}\le t+5;$$

$$-\frac{1}{t-5}+\frac{3}{t-9}\le 0;\ \frac{t-3}{(t-5)(t-9)}\le 0,$$

откуда $t\le 3$; $5<t<9$.

При $t\le 3$ получим: $3^x\le 3$, откуда $x\le 1$.

При $5<t<9$ получим: $5<3^x<9$, откуда $\log_3 5<x<2$.

Решение исходного неравенства:

$$x\le 1;\ \log_3 5<x<2.$$

Ответ: $(-\infty;1]$; $(\log_3 5;2)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 1, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

15

Решите неравенство $\dfrac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\ge\dfrac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$.

Решение.

Пусть $t=\log_4 x$, тогда неравенство примет вид:

$$\frac{t+3}{t-3}+\frac{t-3}{t+3}\ge\frac{4t+16}{t^2-9};\quad \frac{t^2+6t+9}{(t-3)(t+3)}+\frac{t^2-6t+9}{(t-3)(t+3)}-\frac{4t+16}{(t-3)(t+3)}\ge 0;$$

$$\frac{2t^2-4t+2}{(t-3)(t+3)}\ge 0;\quad \frac{2(t-1)^2}{(t-3)(t+3)}\ge 0,$$

откуда $t<-3$; $t=1$; $t>3$.

При $t<-3$ получим: $\log_4 x<-3$, откуда $0<x<\dfrac{1}{64}$.

При $t=1$ получим: $\log_4 x=1$, откуда $x=4$.

При $t>3$ получим: $\log_4 x>3$, откуда $x>64$.

Решение исходного неравенства: $0<x<\dfrac{1}{64}$; $x=4$; $x>64$.

Ответ: $\left(0;\dfrac{1}{64}\right)$; 4; $(64;+\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 4, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Решите неравенство $\dfrac{9^x-2\cdot 3^{x+1}+4}{3^x-5}+\dfrac{2\cdot 3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$.

Ответ: $(-\infty;1]$; $(\log_3 5;2)$.

$$\frac{9^x-2\cdot 3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot 3^{x+1}-51}{3^x-9}\leq 3^x+5$$

$$\frac{3^{2x}-2\cdot 3^x\cdot 3+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot 3^x\cdot 3-51}{3^x-9}\leq 3^x+5$$

Пусть $3^x=t$

$$\frac{t^2-6t+4}{t-5}+\frac{6t-51}{t-9}\leq t+5$$

$$\frac{(t^2-6t+4)\cdot(t-9)+(6t-51)(t-5)}{(t-5)(t-9)}\leq(t+5)(t-5)(t-9)$$

$$t^3-6t^2+4t-9t^2+54t-36+6t^2-30t-51t+255\leq t^3-25t-9t^2+225$$

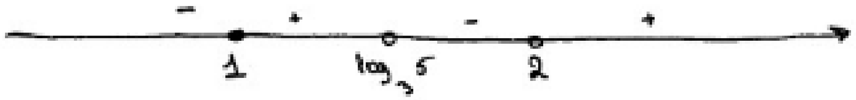
$$\cancel{t^3}-\cancel{6t^2}+4t-\cancel{9t^2}+54t-36+\cancel{6t^2}-30t-51t+255-\cancel{t^3}+25t+\cancel{9t^2}-225\leq 0$$

$3^x-9>0$
$3^x=9$
$x>2$

$3^x-5>0$
$3^x=5$
$x>\log_3 5$

$2t-6=0$
$2t=6$
$t=3$

$3^x=3$
$x=1$
$x\leq 1$



Ответ: $(-\infty;1]\cup(\log_3 5;2)$

? баллов

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

Решите неравенство $\dfrac{9^x-2\cdot3^{x+1}+4}{3^x-5}+\dfrac{2\cdot3^{x+1}-51}{3^x-9}\le3^x+5$.

Ответ: $(-\infty;1]$; $(\log_3 5;2)$.

$$\frac{9^x-2\cdot3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot3^{x+1}-51}{3^x-9}\le3^x+5$$

$$\frac{3^{2x}-2\cdot3^x\cdot3+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot3^x\cdot3-51}{3^x-9}\le3^x+5$$

Пусть $3^x=t$

$$\frac{t^2-6t+4}{t-5}+\frac{6t-51}{t-9}\le t+5$$

$$\frac{(t^2-6t+4)\cdot(t-9)+(6t-51)(t-5)}{(t-5)(t-9)}\le(t+5)(t-5)(t-9)$$

$$t^3-6t^2+4t-9t^2+54t-36+6t^2-30t-51t+255\le t^3-25t-9t^2+225$$

$$\cancel{t^3}-6\cancel{t^2}+4t-9\cancel{t^2}+54t-36+6\cancel{t^2}-30t-51t+255-\cancel{t^3}+25t+9\cancel{t^2}-225\le0$$

$2t-6=0$

$2t=6$

$t=3$

$3^x=3$

$x=1$

$x\le1$

$3^x-9>0$

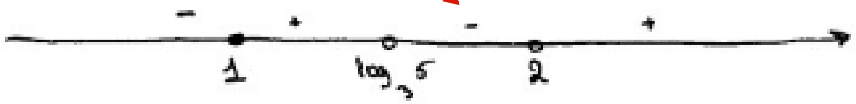
$3^x=9$

$x>2$

$3^x-5>0$

$3^x=5$

$x>\log_3 5$



Ответ: $(-\infty;1]\cup(\log_3 5;2)$

0 баллов

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

$$\frac{9^x-2\cdot 3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot 3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$$

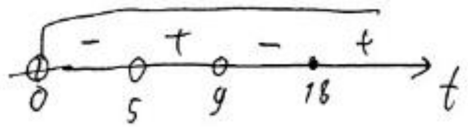
$$\frac{9^x-2\cdot 3\cdot 3^x+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot 3\cdot 3^x-51}{3^x-9}\le 3^x+5$$

$3^x=t;\ t>0$

$$\frac{t^2-6t+4}{t-5}+\frac{6t-51}{t-9}-t-5\le 0$$

$$\frac{(t^2-6t+4)(t-9)+(6t-51)(t-5)-(t+5)(t-5)(t-9)}{(t-5)(t-9)}\le 0$$

$$\frac{2(t-18)}{(t-5)(t-9)}\le 0$$



$t\in(0;5)\cup(9;18]$

$3^x\in(0;5)\cup(9;18]$

$x\in(-\infty;\log_3 5)\cup(2;\log_3 18]$

Ответ: $x\in(-\infty;\log_3 5)\cup(2;\log_3 18]$

ОДЗ:

$3^x-5\ne 0$

$3^x\ne 5$

$x\ne\log_3 5$

$3^x-9\ne 0$

$3^x\ne 9$

$x\ne 2$

Решите неравенство $\dfrac{9^x-2\cdot 3^{x+1}+4}{3^x-5}+\dfrac{2\cdot 3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5.$

Ответ: $(-\infty;1];\ (\log_3 5;2)$.

? баллов

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

$$\frac{9^x-2\cdot3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$$

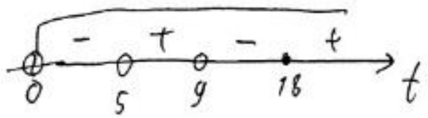
$$\frac{9^x-2\cdot3\cdot3^x+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot3\cdot3^x-51}{3^x-9}\le 3^x+5$$

$3^x=t;\ t>0$

$$\frac{t^2-6t+4}{t-5}+\frac{6t-51}{t-9}-t-5\le 0$$

$$\frac{(t^2-6t+4)(t-9)+(6t-51)(t-5)-(t+5)(t-5)(t-9)}{(t-5)(t-9)}\le 0$$

$$\frac{2(t-18)}{(t-5)(t-9)}\le 0$$



$t\in(0;5)\cup(9;18]$

$3^x\in(0;5)\cup(9;18]$

$x\in(-\infty;\log_3 5)\cup(2;\log_3 18]$

$\boxed{\text{Ответ: } x\in(-\infty;\log_3 5)\cup(2;\log_3 18]}$

ОДЗ:

$3^x-5\ne 0$

$3^x\ne 5$

$x\ne\log_3 5$

$3^x-9\ne 0$

$3^x\ne 9$

$x\ne 2$

Решите неравенство $\dfrac{9^x-2\cdot3^{x+1}+4}{3^x-5}+\dfrac{2\cdot3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$.

Ответ: $(-\infty;1]$; $(\log_3 5;2)$.

0 баллов

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

Решите неравенство $\dfrac{9^x-2\cdot3^{x+1}+4}{3^x-5}+\dfrac{2\cdot3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$.

Ответ: $(-\infty;1]$; $(\log_3 5;2)$.

$$\frac{9^x-2\cdot3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$$

$$\frac{(3^{2x}-2\cdot3\cdot3^x+4)(3^x-9)+(2\cdot3\cdot3^x-51)(3^x-5)-(3^x-5)(3^x+5)(3^x-9)}{(3^x-5)(3^x-9)}\le 0$$

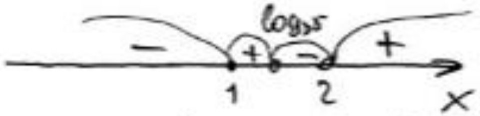
$$\frac{3^{3x}-6\cdot3^{2x}+4\cdot3^x-9\cdot3^{2x}+54\cdot3^x-36+6\cdot3^{2x}-51\cdot3^x-30\cdot3^x+255-(3^{2x}-25)(3^x-9)}{(3^x-3^{\log_3 5})(3^x-3^2)}\le 0$$

знаки $(3^x-3^{\log_3 5})$ и (3^x-3^2) совпадает со знаками $(x-\log_3 5)$ и $(x-2)$ соответственно

$$\frac{\cancel{3^{3x}}-\cancel{9\cdot3^{2x}}-23\cdot3^x+219-\cancel{3^{3x}}+\cancel{9\cdot3^{2x}}+25\cdot3^x-225}{(x-\log_3 5)(x-2)}\le 0$$

$\dfrac{2\cdot3^x-6}{(x-\log_3 5)(x-2)}\le 0\,\Big|:2;$ $\quad\dfrac{3^x-3^1}{(x-\log_3 5)(x-2)}\le 0$ $\quad$ знак (3^x-3^1) совпадает со знаком $(x-1)$

$\dfrac{x-1}{(x-\log_3 5)(x-2)}\le 0$



$1<\log_3 5<2$ $\qquad \Rightarrow x\in\{-\infty;1]\cup(\log_3 5;2)$

Ответ: $\{-\infty;1]\cup(\log_3 5;2)$

? баллов

Решите неравенство $\dfrac{9^x-2\cdot3^{x+1}+4}{3^x-5}+\dfrac{2\cdot3^{x+1}-51}{3^x-9}\le3^x+5.$

Ответ: $(-\infty;1];\ (\log_3 5;2)$.

$$\frac{9^x-2\cdot3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$$

$$\frac{(3^{2x}-2\cdot3\cdot3^x+4)(3^x-9)+(2\cdot3\cdot3^x-51)(3^x-5)-(3^x-5)(3^x+5)(3^x-9)}{(3^x-5)(3^x-9)}\le0$$

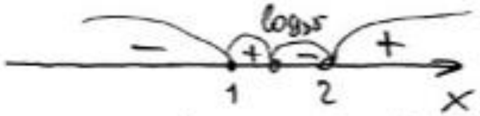
$$\frac{3^{3x}-6\cdot3^{2x}+4\cdot3^x-9\cdot3^{2x}+54\cdot3^x-36+6\cdot3^{2x}-51\cdot3^x-30\cdot3^x+255-(3^{2x}-25)(3^x-9)}{(3^x-3^{\log_3 5})(3^x-3^2)}\le0$$

знаки $(3^x-3^{\log_3 5})$ и (3^x-3^2) совпадает со знаками $(x-\log_3 5)$ и $(x-2)$ соответственно

$$\frac{\cancel{3^{3x}}-\cancel{9\cdot3^{2x}}-23\cdot3^x+219-\cancel{3^{3x}}+\cancel{9\cdot3^{2x}}+25\cdot3^x-225}{(x-\log_3 5)(x-2)}\le0$$

$\dfrac{2\cdot3^x-6}{(x-\log_3 5)(x-2)}\le0\ \big|:2;$ $\quad\dfrac{3^x-3^1}{(x-\log_3 5)(x-2)}\le0$ $\quad$ знак (3^x-3^1) совпадает со знаком $(x-1)$

$\dfrac{x-1}{(x-\log_3 5)(x-2)}\le0$



$1<\log_3 5<2$ $\quad\Rightarrow x\in\{-\infty;1]\cup(\log_3 5;2)$

Ответ: $\{-\infty;1]\cup(\log_3 5;2)$

2 балла

Решите неравенство $\dfrac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\ge\dfrac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$.

Ответ: $\left(0;\dfrac{1}{64}\right);\ 4;\ (64;+\infty)$.

$$\frac{\log_4 x+\log_4 64}{\log_4 x-3}+\frac{\log_4 x-3}{\log_4 x+\log_4 64}\ge\frac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$$

$$M:\begin{cases}64x>0, & (1)\\ \log_4 x\ne 3, & (2)\\ \log_4^2 x\ne 9. & (3)\end{cases}$$

(1) $x>0$

(2) $\log_4 x-\log_4 64\ne 0$

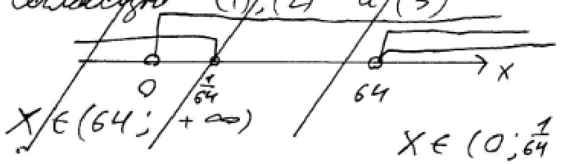
$x\ne 64$

(3) $(\log_4^2 x-3^2)>0$

$\cancel{(x-64)(}\ (\log_4 x-3)(\log_4 x+3)\ne 0$

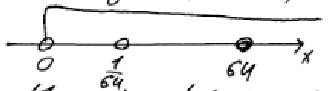
$(x-64)\left(x-\frac{1}{64}\right)\ne 0$

~~Согласую (1), (2) и (3)~~



~~$x\in(64;+\infty)$~~

Согласую (1), (2) и (3)



$x\in\left(0;\frac{1}{64}\right);\left(\frac{1}{64};64\right);(64;+\infty)$

Пусть $\log_4 x=t$, ~~$t\to$~~, тогда

$$\frac{t+3}{t-3}+\frac{t-3}{t+3}\ge\frac{4t+16}{t^2-9}$$

$$\Leftrightarrow\ \frac{(t+3)^2+(t-3)^2-4t-16}{(t-3)(t+3)}\ge 0$$

$$\Leftrightarrow\ \frac{t^2+6t+9+t^2-6t+9-4t-16}{(t-3)(t+3)}\ge 0$$

$$\Leftrightarrow\ \frac{2t^2-4t+2}{(t-3)(t+3)}\ge 0$$

$$\Leftrightarrow\ \frac{(t-1)^2}{(t-3)(t+3)}\ge 0$$

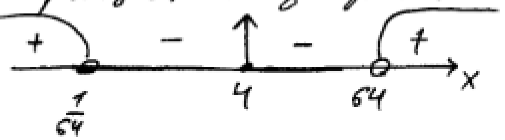
Произведу обратную замену.

$$\frac{(\log_4 x-1)^2}{(\log_4 x-3)(\log_4 x+3)}\ge 0$$

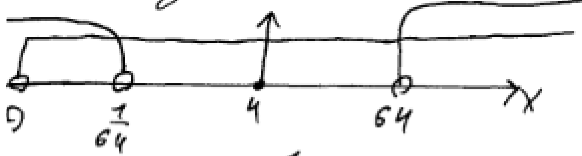
$$\Rightarrow\ \frac{(\log_4 x-\log_4 4)^2}{(\log_4 x-\log_4 64)(\log_4 64x)}\ge 0$$

Произведу метод рационализации:

$$\frac{(x-4)^2}{(x-64)\left(x-\frac{1}{64}\right)}\ge 0$$



Согласую с множеством M:



$x\in\left(0;\frac{1}{64}\right);\{4\};(64;+\infty)$

Ответ: $\left(0;\frac{1}{64}\right);\{4\};(64;+\infty)$

? баллов

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

Решите неравенство $\dfrac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\geq\dfrac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$.

Ответ: $\left(0;\dfrac{1}{64}\right)$; 4; $(64;+\infty)$.

$$\frac{\log_4 x+\log_4 64}{\log_4 x-3}+\frac{\log_4 x-3}{\log_4 x+\log_4 64}\geq\frac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$$

$M:\begin{cases}64x>0, & (1)\\ \log_4 x\neq 3, & (2)\\ \log_4^2 x\neq 9. & (3)\end{cases}$

(1) $x>0$

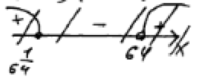
(2) $\log_4 x-\log_4 64\neq 0$

$x\neq 64$

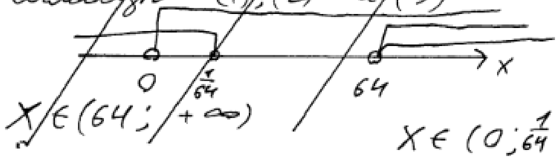
(3) $(\log_4^2 x-3^2)\neq 0$

$\cancel{(x-64)(}\ (\log_4 x-3)(\log_4 x+3)\neq 0$

$(x-64)\left(x-\frac{1}{64}\right)\neq 0$

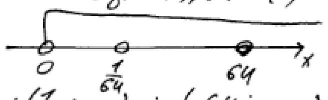


Согласую (1), (2) и (3)



$x\in(64;+\infty)$

Согласую (1), (2) и (3)



$x\in\left(0;\frac{1}{64}\right);\left(\frac{1}{64};64\right);(64;+\infty)$

Пусть $\log_4 x=t$, тогда

$$\frac{t+3}{t-3}+\frac{t-3}{t+3}\geq\frac{4t+16}{t^2-9}$$

$$\Leftrightarrow\ \frac{(t+3)^2+(t-3)^2-4t-16}{(t-3)(t+3)}\geq 0$$

$$\Leftrightarrow\ \frac{t^2+6t+9+t^2-6t+9-4t-16}{(t-3)(t+3)}\geq 0$$

$$\Leftrightarrow\ \frac{2t^2-4t+2}{(t-3)(t+3)}\geq 0$$

$$\Leftrightarrow\ \frac{(t-1)^2}{(t-3)(t+3)}\geq 0$$

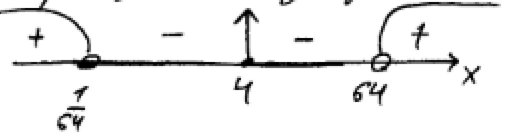
Произведу обратную замену.

$$\frac{(\log_4 x-1)^2}{(\log_4 x-\log 3)(\log_4 x+3)}\geq 0$$

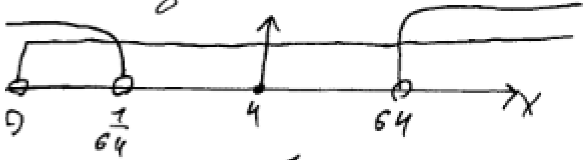
$$\frac{(\log_4 x-\log_4 4)^2}{(\log_4 x-\log_4 64)(\log_4 64x)}\geq 0$$

Произведу метод рационализации:

$$\frac{(x-4)^2}{(x-64)\left(x-\frac{1}{64}\right)}\geq 0$$



Согласую с множеством M:



$x\in\left(0;\frac{1}{64}\right);\{4\};(64;+\infty)$

Ответ $\left(0;\frac{1}{64}\right);\{4\};(64;+\infty)$

2 балла

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

Решите неравенство $\dfrac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\ge\dfrac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$.

Ответ: $\left(0;\dfrac{1}{64}\right)$; 4; $(64;+\infty)$.

15. $\dfrac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\ge\dfrac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$.

ОДЗ: $\begin{cases}64x>0\\ x>0\\ x^4>0\\ 1)\ \log_4 x-3\ne 0\\ 2)\ \log_4(64x)\ne 0\\ 3)\ \log_4^2 x-9\ne 0\end{cases}$ $\begin{cases}x>0\\ x\ne 0\\ x\ne 64\\ x\ne \frac{1}{64}\end{cases}$

ОДЗ: $0 \quad \frac{1}{64} \quad 64$

1) $\log_4 x\ne 3$. $x\ne 64$.

2) $\log_4(64x)\ne 0$. $64x\ne 1$, $x\ne\frac{1}{64}$.

3) $\log_4^2 x-9\ne 0$. $(\log_4 x-3)(\log_4 x+3)\ne 0$. $\log_4 x\ne 3$, $x\ne 64$. $\log_4 x\ne -3$ нет ко

Решение уравнения:

$\dfrac{(\log_4 64+\log_4 x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{(\log_4 64+\log_4 x)}\ge\dfrac{4\log_4|x|+16}{(\log_4 x-3)(\log_4 x+3)}$

$\dfrac{3+\log_4 x}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{3+\log_4 x}\ge\dfrac{4\log_4|x|+16}{(\log_4 x-3)(\log_4 x+3)}$

Пусть: $\log_4 x+3=a$, $\log_4 x-3=b$.

$\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}\ge\dfrac{4\log_4|x|+16}{ba}$.

$\dfrac{a^2+b^2}{ba}\ge\dfrac{4\log_4|x|+16}{ba}$.

$\dfrac{a^2+b^2-(4\log_4|x|+16)}{ba}\ge 0$.

$\dfrac{\log_4^2 x+6\log_4 x+9+\log_4^2 x-6\log_4 x+9-4\log_4 x-16}{\log_4^2 x-9}\ge 0$.

$\dfrac{2\log_4^2 x-4\log_4 x+2}{\log_4^2 x-9}\ge 0$.

1) $2\log_4^2 x-4\log_4 x+2=0.\ |:2$

$\log_4^2 x-2\log_4 x+1=0$.

$(\log_4 x-1)^2=0$.

$\log_4 x=1$

$x=4$.

2) $\log_4^2 x-9\ne 0$.

$x\ne 64$.

3) $- \quad - \quad +$; $4 \quad 64$

4) Итог: $0 \quad \frac{1}{64} \quad 4 \quad 64$

Ответ: $\left(0;\frac{1}{64}\right)\cup(64;+\infty)\cup\{4\}$

? баллов

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

Решите неравенство $\dfrac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\ge\dfrac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$.

Ответ: $\left(0;\dfrac{1}{64}\right)$; 4; $(64;+\infty)$.

15. $\dfrac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\ge\dfrac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$.

ОДЗ: $\begin{cases}64x>0.\\ x>0.\\ x^4>0.\\ 1)\ \log_4 x-3\ne0.\\ 2)\ \log_4(64x)\ne0.\\ 3)\ \log_4^2 x-9\ne0\end{cases}$ $\begin{cases}x>0.\\ x\ne0.\\ x\ne64\\ x\ne\frac{1}{64}\end{cases}$

ОДЗ: 0, $\frac{1}{64}$, 64

1) $\log_4 x\ne3.$ $x\ne64.$

2) $\log_4(64x)\ne0.$ $64x\ne1$ $x\ne\frac{1}{64}.$

3) $\log_4^2 x-9\ne0.$ $(\log_4 x-3)(\log_4 x+3)\ne0.$ $\log_4 x\ne3.$ $x\ne64.$ $\log_4 x\ne-3$ Нет ко

Решени уравнени:

$\dfrac{(\log_4 64+\log_4 x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{(\log_4 64+\log_4 x)}\ge\dfrac{4\log_4|x|+16}{(\log_4 x-3)(\log_4 x+3)}$

$\dfrac{3+\log_4 x}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{3+\log_4 x}\ge\dfrac{4\log_4|x|+16}{(\log_4 x-3)(\log_4 x+3)}$

Пусть: $\log_4 x+3=a$, $\log_4 x-3=b$.

$\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}\ge\dfrac{4\log_4|x|+16}{ba}.$

$\dfrac{a^2+b^2}{ba}\ge\dfrac{4\log_4|x|+16}{ba}.$

$\dfrac{a^2+b^2-(4\log_4|x|+16)}{ba}\ge0.$

$\dfrac{\log_4^2 x+6\log_4 x+9+\log_4^2 x-6\log_4 x+9-4\log_4 x-16}{\log_4^2 x-9}\ge0.$

$\dfrac{2\log_4^2 x-4\log_4 x+2}{\log_4^2 x-9}\ge0.$

1) $2\log_4^2 x-4\log_4 x+2=0.\ |:2$

$\log_4^2 x-2\log_4 x+1=0.$

$(\log_4 x-1)^2=0.$

$\log_4 x=1$

$x=4.$

2) $\log_4^2 x-9\ne0.$

$x\ne64.$

3) $-$ 4 $-$ 64 $+$

4) Итог: 0 $\frac{1}{64}$ 4 64

Ответ: $(0;\frac{1}{64})\cup(64;+\infty)\cup\{4\}$

0 баллов

17 15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

17 В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на r% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое число**;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

17) Всего было 6 выплат: $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$.

$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 > 1,2$

$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 = S$

$P_1 = (1 + \frac{r}{100}) - 0,9$

$P_2 = 0,9(1 + \frac{r}{100}) - 0,8$

$P_3 = 0,8(1 + \frac{r}{100}) - 0,7$

$P_4 = 0,7(1 + \frac{r}{100}) - 0,6$

$P_5 = 0,6(1 + \frac{r}{100}) - 0,5$

$P = 0,5(1 + \frac{r}{100})$

r	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	S
7	~~0,2~~ 0,17	~~0,19~~ 0,163	0,156	0,149	0,142	0,535	1,315
5	0,15	0,145	0,14	0,135	0,13	0,525	1,225
4	0,14	0,136	0,132	0,128	0,124	0,52	1,18

Наименьшим числом r, при котором $S > 1,2$ является 5. При $r = 4$, $S < 1,2$.

Ответ: 5

? баллов

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое число**;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

17) Всего было 6 выплат: $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$.

$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 > 1,2$

$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 = S$

$P_1 = (1 + \frac{r}{100}) - 0,9$

$P_2 = 0,9(1 + \frac{r}{100}) - 0,8$

$P_3 = 0,8(1 + \frac{r}{100}) - 0,7$

$P_4 = 0,7(1 + \frac{r}{100}) - 0,6$

$P_5 = 0,6(1 + \frac{r}{100}) - 0,5$

$P = 0,5(1 + \frac{r}{100})$

r	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	S
7	~~0,22~~ 0,17	~~0,19~~ 0,163	0,156	0,149	0,142	0,535	1,315
5	0,15	0,145	0,14	0,135	0,13	0,525	1,225
4	0,14	0,136	0,132	0,128	0,124	0,52	1,18

Наименьшим числом r, при котором $S > 1,2$ является 5. При $r = 4$, $S < 1,2$.

Ответ: 5

2 балла

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое число**;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

Дано:

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 > 1{,}2$ млн , где X – выплата

$N = 1$ – сумма кредита

r_{min} – ? , где r – % $r \in Z$

$X_1 = N + \frac{rN}{100} - 0{,}9$; $X_2 = 0{,}9 + \frac{r \cdot 0{,}9}{100} - 0{,}8$; $X_3 = 0{,}8 + \frac{r \cdot 0{,}8}{100} - 0{,}7$;

$X_4 = 0{,}7 + \frac{r \cdot 0{,}7}{100} - 0{,}6$; $X_5 = 0{,}6 + \frac{r \cdot 0{,}6}{100} - 0{,}5$; $X_6 = 0{,}5 + \frac{r \cdot 0{,}5}{100}$

$1 + \frac{r}{100} - 0{,}9 + 0{,}9 + \frac{r \cdot 0{,}9}{100} - 0{,}8 + 0{,}8 + \frac{r \cdot 0{,}8}{100} - 0{,}7 + 0{,}7 + \frac{r \cdot 0{,}7}{100} - 0{,}6 + 0{,}6 +$

$+ \frac{r \cdot 0{,}6}{100} - 0{,}5 + 0{,}5 + \frac{r \cdot 0{,}5}{100} > 1{,}2$

$1 + \frac{3{,}5r}{100} > 1{,}2$ $\qquad r > \frac{20}{3{,}5}$ $\qquad$ Ответ : $r = 5\%$

$\frac{3{,}5r}{100} > 0{,}2$ $\qquad r_{min} = 5\%$

? баллов

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое число**;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

Дано:

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 > 1{,}2$ млн, где X – выплата

$N = 1$ – сумма кредита

r_{min} – ?, где r – %, $r \in Z$

$X_1 = N + \frac{rN}{100} - 0{,}9$; $X_2 = 0{,}9 + \frac{r \cdot 0{,}9}{100} - 0{,}8$; $X_3 = 0{,}8 + \frac{r \cdot 0{,}8}{100} - 0{,}7$;

$X_4 = 0{,}7 + \frac{r \cdot 0{,}7}{100} - 0{,}6$; $X_5 = 0{,}6 + \frac{r \cdot 0{,}6}{100} - 0{,}5$; $X_6 = 0{,}5 + \frac{r \cdot 0{,}5}{100}$

$1 + \frac{r}{100} - 0{,}9 + 0{,}9 + \frac{r \cdot 0{,}9}{100} - 0{,}8 + 0{,}8 + \frac{r \cdot 0{,}8}{100} - 0{,}7 + 0{,}7 + \frac{r \cdot 0{,}7}{100} - 0{,}6 + 0{,}6 +$
$+ \frac{r \cdot 0{,}6}{100} - 0{,}5 + 0{,}5 + \frac{r \cdot 0{,}5}{100} > 1{,}2$

$1 + \frac{3{,}5r}{100} > 1{,}2$

$\frac{3{,}5r}{100} > 0{,}2$

$r > \frac{20}{3{,}5}$

$r_{min} = 5\%$

Ответ: $r = 5\%$

0 баллов

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

$k = \frac{r}{100}$

месяц	долг (млн. р.) ~~задолженность~~
январь	1
февраль	$1 \cdot k + 0{,}1$
март	$1 \cdot k + 0{,}9k + 0{,}2$
апрель	$0{,}3 + k(1+0{,}9+0{,}8)$
май	$0{,}4 + k(1+0{,}9+0{,}8+0{,}7)$
июнь	$0{,}5 + k(1+0{,}9+0{,}8+0{,}7+0{,}6)$
июль	$1 + k(1+0{,}9+0{,}8+0{,}7+0{,}6+0{,}5) = f$

f – общая сумма выплат

$f > 1{,}2$

$1 + k(1+0{,}9+0{,}8+0{,}7+0{,}6+0{,}5) > 1{,}2$

$4{,}5k > 0{,}2$

$k > \frac{0{,}2}{4{,}5}$ $\quad k > 0{,}044$

$\frac{r}{100} > 0{,}044$ $\quad r > 4{,}4$

$r = 5$

Ответ: 5

? баллов

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

$k = \frac{r}{100}$

месяц	долг (млн. р.) ~~задолженность~~
январь	1
февраль	$1\cdot k + 0,1$
март	$1\cdot k + 0,9k + 0,2$
апрель	$0,3 + k(1 + 0,9 + 0,8)$
май	$0,4 + k(1+0,9+0,8+0,7)$
июнь	$0,5 + k(1+0,9+0,8+0,7+0,6)$
июль	$1 + k(1+0,9+0,8+0,7+0,6+0,5) = f$

f – общая сумма выплат

$f > 1,2$

$1 + 1\cdot k(1+0,9+0,8+0,7+0,6+0,5) > 1,2$

$4,5k > 0,2$

$k > \frac{0,2}{4,5}$ $\quad k > 0,044$

$\frac{r}{100} > 0,44$ $\quad r > 4,4$

$r = 5$

Ответ: 5

2 балла

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r.

Ответ: 10.

№17

$X = 58\,564$ (X - платеж для 4-ех лет)

$y = 106\,964$ (y - платеж для 2-ух лет)

S - сумма взятая в кредит

$\beta = \left(1 + \frac{r}{100}\right)$

Для 4-ех лет истино следующее уравнение

$(((S\beta - X)\beta - X)\beta - X)\beta - X = 0$

$S\beta^4 - X\beta^3 - X\beta^2 - X\beta - X = 0$

$S = \frac{X\beta^3 + X\beta^2 + X\beta + X}{\beta^4} = \frac{X(\beta^2+1)(\beta+1)}{\beta^4}$

Для 2-ух лет справедливо следующие уравнение

$(S\beta - y)\beta - y = 0$

$S\beta^2 - y\beta - y = 0$

$S = \frac{y(\beta+1)}{\beta^2}$

Т.к. сумма кредита одинакова ($S = S$), то

$\frac{y(\beta+1)}{\beta^2} = \frac{X(\beta^2+1)(\beta+1)}{\beta^4}$

$\frac{y}{\beta^2} = \frac{X(\beta^2+1)}{\beta^4}$

$y\beta^2 = X\beta^2 + X$

$(y - X)\beta^2 = X$, т.к $y = 106\,964$ и $x = 58\,564$, то

$48\,400 \cdot \beta^2 = 58\,564$

$\beta^2 = \frac{58564}{48400} = \frac{4 \cdot 121 \cdot 121}{4 \cdot 121 \cdot 100} = 1{,}21 \Rightarrow \beta = 1{,}1$

$\Rightarrow r = 10\%$

Ответ 10%

? баллов

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на r% по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.
Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r.

Ответ: 10.

№17

$X = 58564$ (X - платеж для 4-ех лет)

$y = 106964$ (y - платеж для 2-ух лет)

S - сумма взятая в кредит

$\beta = (1 + \frac{r}{100})$

Для 4-ех лет истино следующее уравнение

$(((S\beta - X)\beta - X)\beta - X)\beta - X = 0$

$S\beta^4 - X\beta^3 - X\beta^2 - X\beta - X = 0$

$S = \frac{X\beta^3 + X\beta^2 + X\beta + X}{\beta^4} = \frac{X(\beta^2+1)(\beta+1)}{\beta^4}$

Для 2-ух лет справедливо следующие уравнение

$(S\beta - y)\beta - y = 0$

$S\beta^2 - y\beta - y = 0$

$S = \frac{y(\beta+1)}{\beta^2}$

Т.к. Сумма кредита одинакова ($S = S$), то

$\frac{y(\beta+1)}{\beta^2} = \frac{X(\beta^2+1)(\beta+1)}{\beta^4}$

$\frac{y}{\beta^2} = \frac{X(\beta^2+1)}{\beta^4}$

$y\beta^2 = X\beta^2 + X$

$(y - X)\beta^2 = X$, т.к. $y = 106964$ и $x = 58564$, то

$48400 \cdot \beta^2 = 58564$

$\beta^2 = \frac{58564}{48400} = \frac{4 \cdot 121 \cdot 121}{4 \cdot 121 \cdot 100} = 1{,}21 \Rightarrow \beta = 1{,}1$

$\Rightarrow r = 10\%$

Ответ 10%

3 балла

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на r% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r.

Ответ: 10.

№17

S – сумма взятого кредита

$k = 1 + \frac{r}{100}$ $\quad k > 0$

r – кол-во процентов.

$\cancel{\left(\left(\left(S + \frac{Sr}{100}\right) - 58564\right)\left(1 + \frac{r}{100}\right) - 58564\right)\left(1 + \frac{r}{100}\right) - 58564\right)\left(1 + \frac{r}{100}\right) - 58564 = 0.}$

$$\begin{cases} (((Sk - 58564)k - 58564)k - 58564)k - 58564 = 0, \\ (Sk - 106964)k - 106964 = 0 \end{cases}$$

$(12100k^2 - 14641)(k+1) = 0$

$k^2 = \frac{14641}{12100}$, $k = \frac{\sqrt{14641}}{110}$

$1 + \frac{r}{100} = \frac{\sqrt{14641}}{110}$

$r = \left(\frac{\sqrt{14641}}{110} - 1\right)100 = \frac{100\sqrt{14641}}{110} - 100$

Ответ: $\frac{100\sqrt{14641}}{110} - 100$

? баллов

ЕГЭ 2018. Профильный уровень

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на r% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r.

Ответ: 10.

№17

S – сумма взятого кредита $k=1+\frac{r}{100}$ $k>0$

r – кол-во процентов.

$$\cancel{\left(\left(\left(S+\frac{Sr}{100}\right)-58564\right)\left(1+\frac{r}{100}\right)-58564\right)\left(1+\frac{r}{100}\right)-58564\right)\left(1+\frac{r}{100}\right)-58564=0}$$

$$\begin{cases}(((Sk-58564)k-58564)k-58564)k-58564=0\\(Sk-106964)k-106964=0\end{cases}$$

$$(12100k^2-14641)(k+1)=0$$

$$k^2=\frac{14641}{12100},\quad k=\frac{\sqrt{14641}}{110}$$

$$1+\frac{r}{100}=\frac{\sqrt{14641}}{110}$$

$$r=\left(\frac{\sqrt{14641}}{110}-1\right)100=\frac{100\sqrt{14641}}{110}-100$$

Ответ: $\frac{100\sqrt{14641}}{110}-100$

1 балл

Рекомендации

Неравенства

НЕРАВЕНСТВА

А) $\dfrac{(x-3)^2}{x-2} > 0$

Б) $(x-2)(x-3) < 0$

В) $\dfrac{x-2}{x-3} > 0$

Г) $(x-2)^2(x-3) < 0$

РЕШЕНИЯ

1)
2)
3)
4)

Самопроверка:

X=0: А) неверно, Б) неверно, В) верно, Г) верно   1, 4 В,Г   2,3 А,Б

X=4: А) верно, Б) неверно, В) верно, Г) неверно   1, 2 В,А   3,4 Б,Г

А2 Б3 В1 Г4   Ответ:2314

Решить уравнение

Найдите корень уравнения $\sqrt{3x-8}=5$. X=7 неверно

Решите уравнение $x^2=-2x+24$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Решите уравнение $x^2=9$. X=3 ?

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Может ли данное уравнение иметь положительные корни?

Решите уравнение $x^2+10x+21=0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Вероятность

Вероятность – число в границах от 0 до 1 (при заполнении бланка ЕГЭ только конечная десятичная дробь)

Запись: 0,6 ~~3/5~~ ~~3:5~~ ~~60%~~