Подготовка учащихся к ЕГЭ по математике базового уровня

ЛАВРОВА-КРИВЕНКО Я. В.

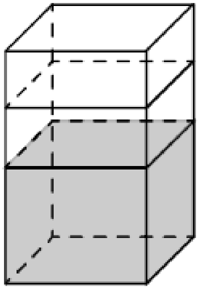
Итоги ЕГЭ по математике базового уровня в 2017 г.

№13. Задание на осуществление действий с геометрическими фигурами выполнило 36,2% учащихся.

№17. Решение уравнений и неравенств – выполнило 37,45% учащихся.

№20. Задание на построение и исследование простейших математических моделей – выполнило 22,81% учащихся

Пример 1 (№13):



В бак, имеющий форму правильной четырёхугольной призмы со стороной основания 60 см, налита жидкость. Чтобы измерить объём детали сложной формы, её полностью погружают в эту жидкость. Найдите объём детали, если после её погружения уровень жидкости в баке поднялся на 10 см. Ответ дайте в кубических сантиметрах.

Решение

Для решения данной задачи необходимо знать формулу для нахождения объема прямой призмы:

Объем прямой призмы равен произведению её высоты на площадь основания:

$\mathbf{V = h \cdot S_{осн}}$

Найдем площадь основания призмы:

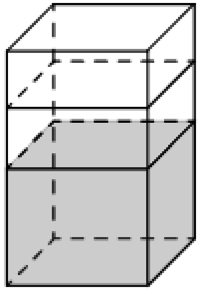
$S = 60 \cdot 60 = 3600$ см^2

Тогда объем детали равен объему поднятой жидкости:

$V = h \cdot S_{осн} = 10 \cdot 3600 = 36000$ см^3

Ответ: 36000

Пример 2 (№13)



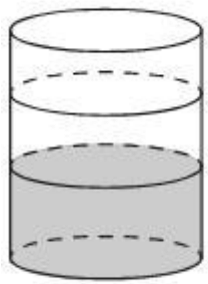
В бак, имеющий форму прямой призмы, налито 5 л воды. После полного погружения в воду детали уровень воды в баке поднялся в 1,4 раза. Найдите объем детали. Ответ дайте в кубических сантиметрах, зная, что в одном литре 1000 кубических сантиметров

Решение

Поскольку уровень воды в баке поднялся в 1,4 раза, то общий объём стал 5*1,4=7 литров. Тогда объём детали равен 7-5=2 литра или 2000 кубических сантиметров.

Ответ: 2000.

Пример 3 (№13)



В бак цилиндрической формы, площадь основания которого 60 квадратных сантиметров, налита жидкость. Чтобы измерить объём детали сложной формы, её полностью погружают в эту жидкость. Найдите объём детали, если после её погружения уровень жидкости в баке поднялся на 15 см. Ответ дайте в кубических сантиметрах.

Решение

Вспомним, что объём цилиндра равен произведению площади основания на высоту. Поскольку уровень воды в баке поднялся на 15 см, то объём детали равен

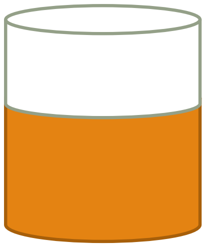
60*15= 900 кубических сантиметров.

Ответ: 900.

№13 ДЕМО ЕГЭ 2018 г.

Вода в сосуде цилиндрической формы находится на уровне h = 80 см. На каком уровне окажется вода, если её перелить в другой цилиндрический сосуд, у которого радиус основания в четыре раза больше, чем у данного? Ответ дайте в сантиметрах.

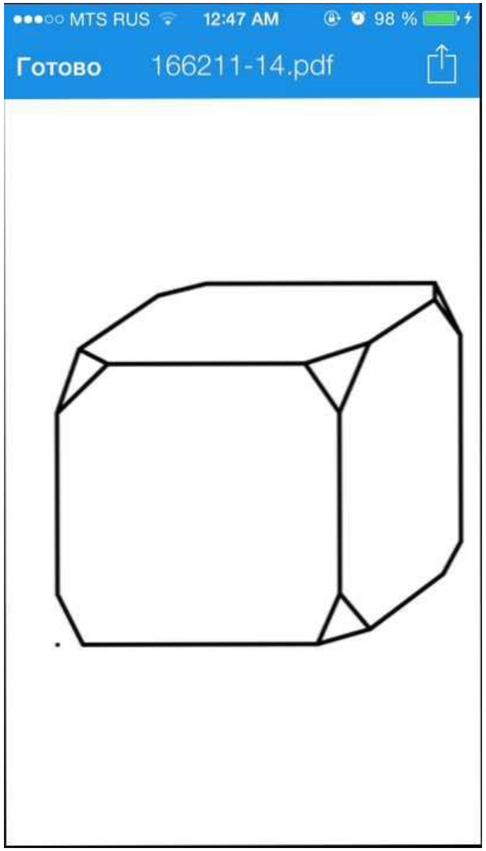
Ответ: ______________________________.



№13 ДЕМО ЕГЭ 2018 г.

От деревянного кубика отпилили все его вершины (см. рис.). Сколько граней у получившегося многогранника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?

Ответ: ________________________________.



Пример 2 (№17):

Каждому из четырёх чисел в левом столбце соответствует отрезок, которому оно принадлежит. Установите соответствие между числами и отрезками из правого столбца

ЧИСЛА	ОТРЕЗКИ
А) $\sqrt{6}+\sqrt{5}$	1) $[1;2]$
Б) $\sqrt{6}:\sqrt{5}$	2) $[2;3]$
В) $2\sqrt{6}-\sqrt{5}$	3) $[4;5]$
Г) $\left(\sqrt{6}\right)^3-9$	4) $[5;6]$

Пример 3 (№20):

В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:

• за 5 золотых монет получить 7 серебряных и одну медную;

• за 10 серебряных монет получить 7 золотых и одну медную.

У Николая были только серебряные монеты. После нескольких посещений обменного пункта серебряных монет у него стало меньше, золотых не появилось, зато появилось 60 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Николая?

Решение

Пусть:

a – золотая монета; b – серебряная монета; c – медная монета.

5a = 7b + c

10b = 7a + c. Откуда b = 12 c, c = 5.

№20 Демо ЕГЭ 2018 г.

Прямоугольник разбит на четыре меньших прямоугольника двумя прямолинейными разрезами. Периметры трёх из них, начиная с левого верхнего и далее по часовой стрелке, равны 24, 28 и 16. Найдите периметр четвёртого прямоугольника.

24	28
?	16

Решение:

	a	b
c	24	28
d	?	16

Для удобства дадим название каждой стороне прямоугольника (см. рисунок).

И распишем, чему равен периметр каждого маленького прямоугольника по часовой стрелке:

$P1 = 2a + 2c = 24$

$P2 = 2b + 2c = 28$

$P3 = 2b + 2d = 16$

$P4 = 2a + 2d = ?$

Решение:

Выразим стороны a и d из первого и третьего периметра и подставим их в периметр четвертого прямоугольника:

$2a = 24 – 2c$ $2d = 16 – 2b$

$P4 = 24 – 2c + 16 – 2b$

Мы также можем выразить сторону b через второй периметр, чтобы периметр четвертого прямоугольника был выражен только через одну сторону:

$2b = 28 – 2c$

$P4 = 24 – 2c + 16 – (28 – 2c) = 24 – 2c + 16 – 28 + 2c = 24 + 16 – 28 = 12$
В результате все неизвестные сократились и был найден периметр четверного прямоугольника, равный 12.

Ответ: 12

Система подготовки учащихся к ЕГЭ по математике

1) Предлагается готовить учащихся по 3 типам консультационных групп:

а) преодоление нижней границы по количеству верно-выполненных заданий (учащиеся, испытывающие затруднения в изучении математики);

б) учащиеся способные выполнять задания повышенного уровня сложности в условиях экзамена базового уровня по математике (№№13,17,20);

в) группа высокомотивированных и одаренных учащихся, готовящихся к выполнению экзаменационной работы на профильном уровне

Система подготовки учащихся к ЕГЭ по математике

2. После объяснения алгоритма решения типовой задачи либо показа применения эффективного способа учителем <u>должна следовать самостоятельная отработка</u> учащимися (разобранной задачи с измененными числовыми значениями в условии или с видоизмененными условиями).

Система подготовки учащихся к ЕГЭ по математике

3. На консультационных занятиях так-же необходимо:

а) обеспечить коммуникативное взаимодействие учащихся (работа в парах и группах, создание базы решенных и нерешенных заданий);

б) предоставлять материалы для дистанционного образования учащихся;

в) формировать у детей универсальный навык

«волевая саморегуляция»

(настроиться – сосредоточиться – успешно выполнить)

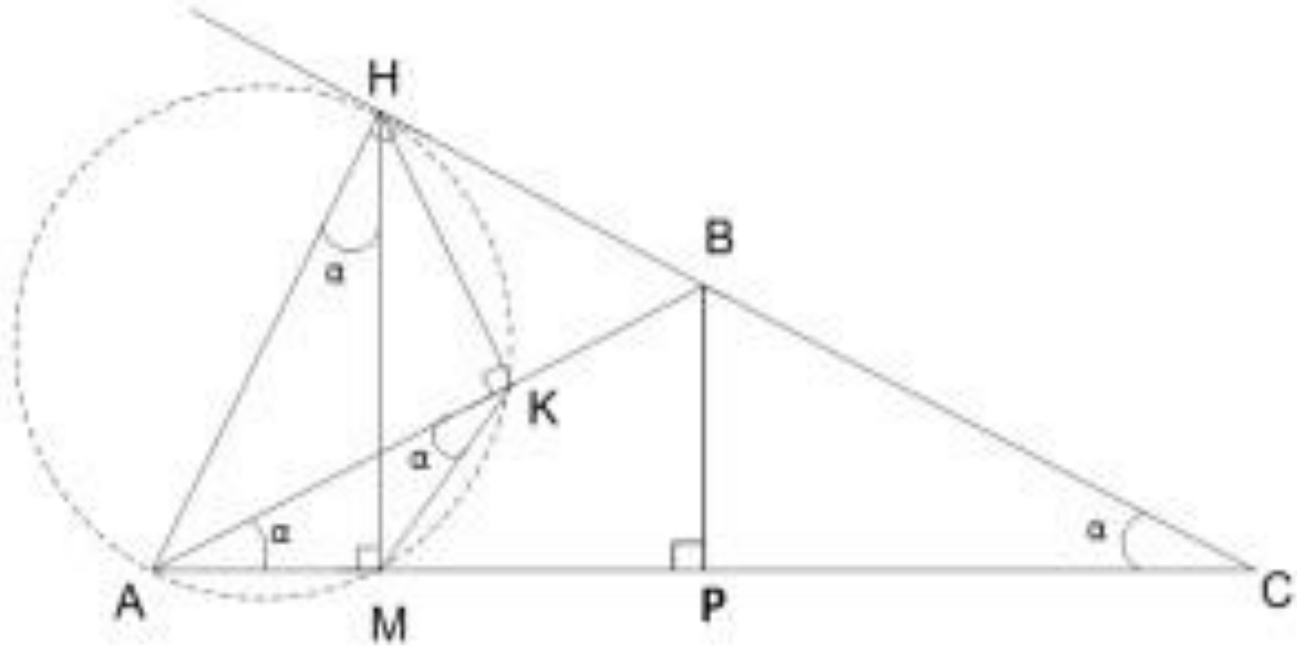
Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №1

В равнобедренном треугольнике АВС, где угол В – тупой, на продолжение стороны ВС опущена высота АН. Из точки Н на стороны АВ и АС опущены перпендикуляры НК и НМ соответственно.

а) Докажите, что АМ = МК.

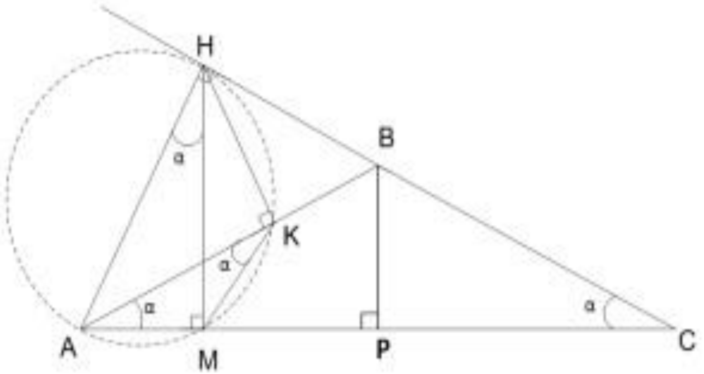
б) Найдите МК, если АВ = 13, АС = 24.

Планиметрия



Решение

а) Докажите, что AM = MK.



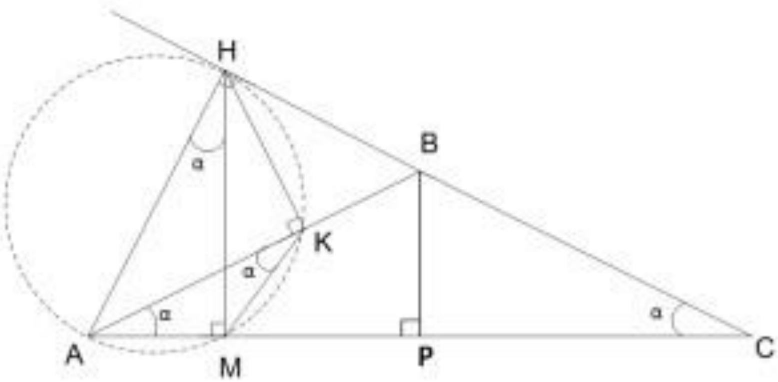
$$\angle AKM = \angle AHM = \alpha$$

как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу (AM).

Треугольник ΔAHC – прямоугольный, тогда

$$\angle HAC = 90^0 - \angle C$$

Решение



Треугольник ΔAHM – прямоугольный, тогда

$$\angle HAM = \angle HAC = 90^0 - \angle AHM = 90^0 - \alpha$$

Решение

Из (1) и (2) равенства имеем, что

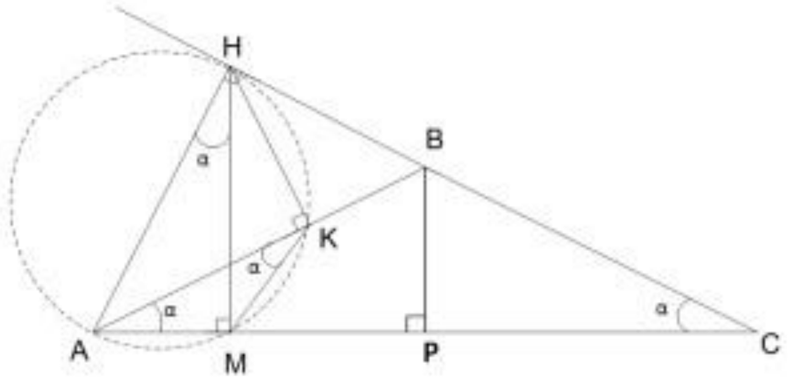
$$90^0 - \angle C = 90^0 - \alpha$$

$$\angle C = \alpha$$

Так как треугольник ΔABC – равнобедренный (AB = BC), то

$$\angle BAC = \angle C = \alpha$$

Решение



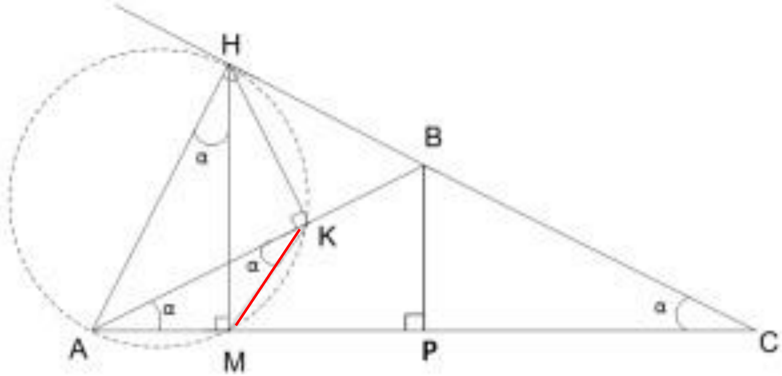
Тогда в треугольнике ΔAKM:

$$\angle KAM = \angle AKM = \alpha$$

Получаем, что треугольник ΔAKM – равнобедренный и **AM = MK.**

Решение

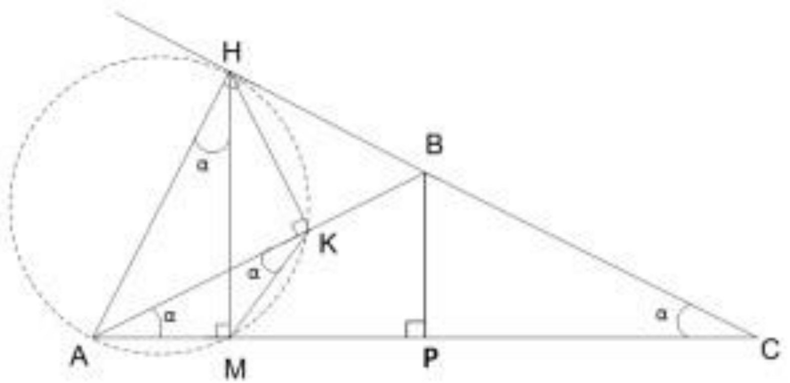
б) Найдите МК, если АВ = 13, АС = 24.



Рассмотрим треугольник ΔAMH – прямоугольный, угол AHM = α, MK = AM

$$sin\alpha = \frac{AM}{AH}$$

Решение



Рассмотрим треугольник ΔABP – прямоугольный:

$BP^2 = AB^2 - AP^2$

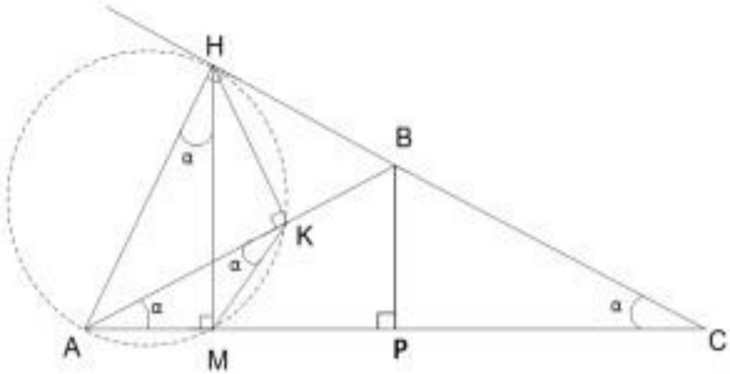
$BP^2 = 13^2 - 12^2 = 25$

$BP = 5$

Угол BAP = α

Решение

$$sin\alpha = \frac{BP}{AB} = \frac{5}{13}$$



Найдем площадь треугольника ΔABC:

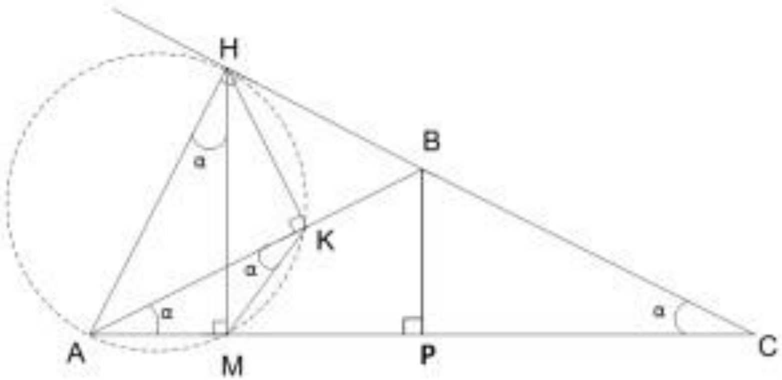
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BP$$

$S_{ABC} = (1/2)\cdot 24\cdot 5 = 60$

Решение

С другой стороны, площадь треугольника ΔABC можно найти

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AH$$



Тогда, $AH = 2 \cdot S_{ABC}/BC$

$AH = (2 \cdot 60)/13 = 120/13$

Решение

Подставим полученные значения в равенство

$$sin\alpha = \frac{AM}{AH}$$

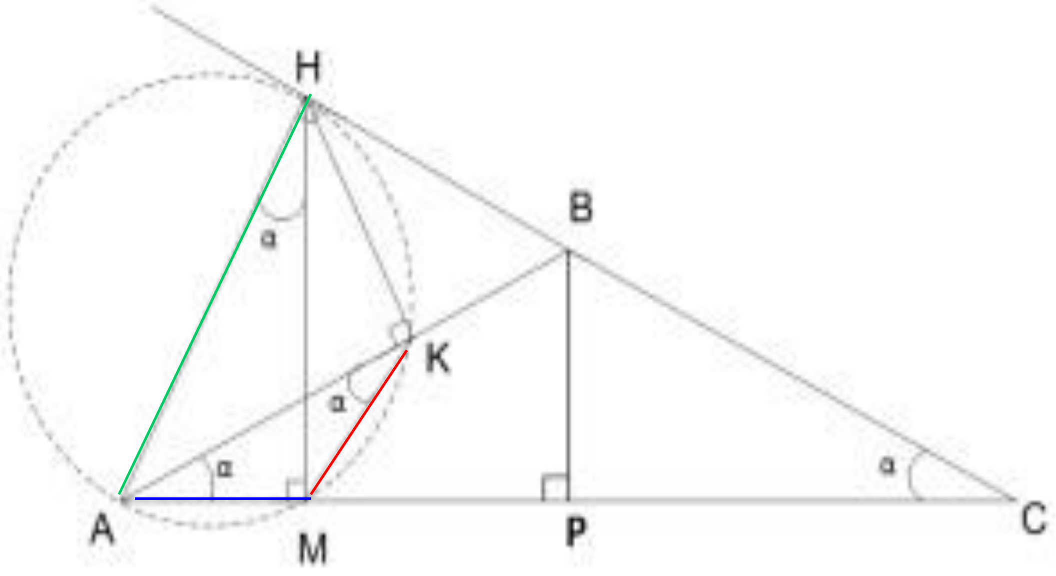
получаем:

$$AM = \frac{120}{13} \cdot \frac{5}{13} = \frac{600}{169}$$

MK = AM

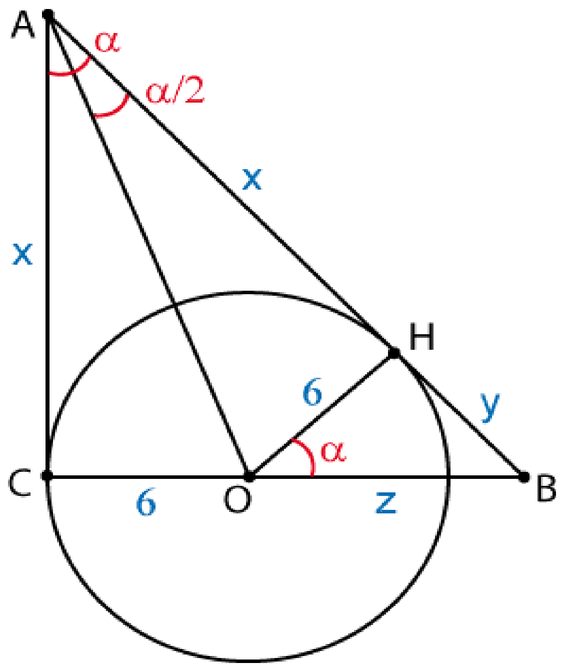
Ответ: 600/169

Поиск решения



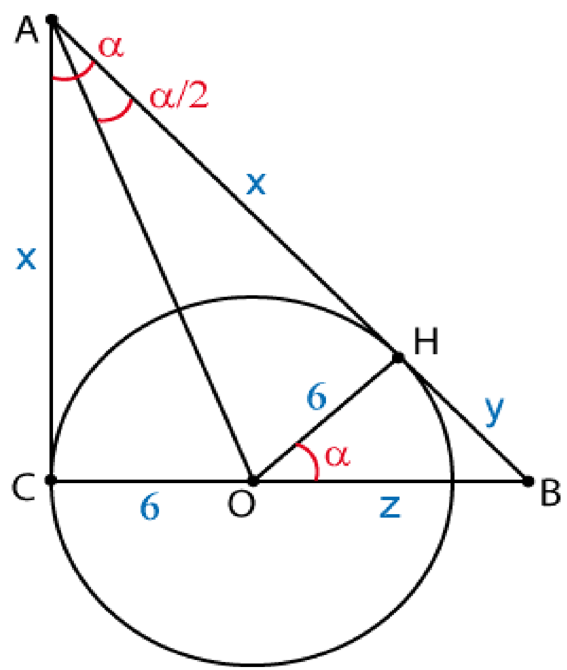
Подготовка к ЕГЭ профильного уровня. Задание 16 – Планиметрия №2

Прямоугольный треугольник ABC имеет периметр 54.
Окружность радиуса 6, центр которой лежит на катете BC, касается прямых AB и AC.
Найти площадь треугольника ABC.



Решение

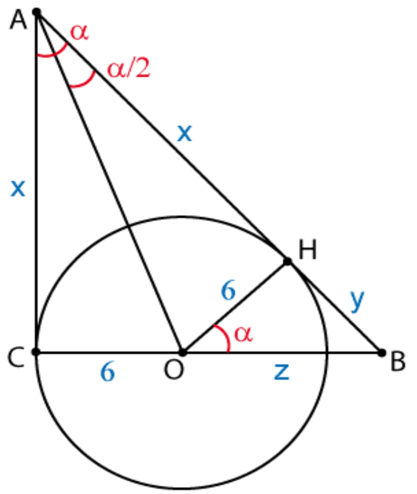
Пусть AC = AH = x, BH = y, BO = z.
Тогда периметр треугольника равен 2x+y+z+6 = 54.



Решение

Выразим x, y и z через угол альфа (a):

Из прямоугольного треугольника АНО:
x = 6/tg(a/2).
Из прямоугольного треугольника ВНО:
y = 6 tg(a), z = 6/cos(a)



Решение

Итак, выражение для периметра становится таким:

$12/tg(a/2)+6\ tg(a)+6/cos(a)+6 = 54$

$1/cos(a) + 2/tg(a/2) + tg(a) = 8$

$2x+y+z+6 = 54$

$x = 6/tg(a/2).$

$y = 6\ tg(a),\ z = 6/cos(a)$

В данной ситуации удобно всё выразить через тангенс половинного угла:

$(1+(tg(a/2))^2)/(1-(tg(a/2))^2) + 2/tg(a/2) + 2\ tg(a/2)/(1-(tg(a/2))^2) = 8.$

Решение

Обозначим $t = tg(a/2)$, получим
$(1+t^2)/(1-t^2)+2/t+2t/(1-t^2) = 8$

Путём несложных преобразований приводим это к виду
$9t^2 - 9t + 2 = 0$

(1) $t1 = 1/3$
(2) $t2 = 2/3$

Решение

Выражаем обратно x и z

(y нам в принципе уже не нужен, поскольку площадь треугольника будет равна половине произведения катетов, т.е. x (z+6)/2. Хотя и y тоже стоит вычислить и проверить, получается ли периметр равным 54).

Итак, для случая (1) имеем:
z = 6/cos(a) = 6/((1-1/9)/(1+1/9)) = 7.5
x = 6/tg(a/2) = 6/(1/3) = 18.
S = x (z+6)/2 = 121.5

Для случая (2) имеем:
z = 6/cos(a) = 6/((1-4/9)/(1+4/9)) = 15.6
x = 6/tg(a/2) = 6/(2/3) = 9.
S = x (z+6)/2 = 97.2

Подготовка к решению геометрических задач на ЕГЭ по математике профильного уровня

1) При решении геометрической задачи, очень важно в процессе приобретения практического опыта овладеть навыком анализа задачной ситуации в конструктивном установлении связей между тем, что необходимо найти или доказать, и тем, что дано. При совместном разборе решения той или иной задачи необходимо отработать поиск хода решения по геометрическому чертежу.

2) Предоставлять учащимся дополнительные методы для решения геометрических задач – векторный и координатный