

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20

Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1} - 3 = 0$.

Решение.

Пусть $t = \frac{1}{x-1}$, тогда уравнение принимает вид:

$$t^2 + 2t - 3 = 0,$$

откуда $t = -3$ или $t = 1$.

Уравнение $\frac{1}{x-1} = -3$ имеет корень $\frac{2}{3}$.

Уравнение $\frac{1}{x-1} = 1$ имеет корень 2.

Таким образом, решение исходного уравнения: $x = \frac{2}{3}$ и $x = 2$.

Ответ: $\frac{2}{3}$; 2.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

21

Свежие фрукты содержат 84% воды, а высушенные — 16%. Сколько сухих фруктов получится из 231 кг свежих фруктов?

Решение.

Сухая часть свежих фруктов составляет 16%, а высушенных — 84%. Значит, из 231 кг свежих фруктов получится $\frac{16}{84} \cdot 231 = 44$ (кг) высушенных.

Ответ: 44 кг.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

22

Постройте график функции

$$y = x^2 - |4x + 7|.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Решение.

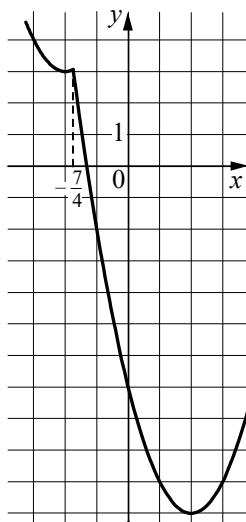
Построим график функции $y = x^2 + 4x + 7$

при $x < -\frac{7}{4}$ и график функции $y = x^2 - 4x - 7$

при $x \geq -\frac{7}{4}$.

Прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки, если она проходит через вершину первой параболы или через точку $(-\frac{7}{4}, \frac{49}{16})$. Получаем, что $m = \frac{49}{16}$ или $m = 3$.

Ответ: $m = 3$; $m = \frac{49}{16}$.

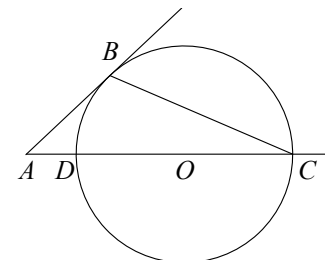


Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

23

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите AC , если диаметр окружности равен 16, а $AB = 15$.

Решение.



Пусть окружность пересекает второй раз прямую AC в точке D , а $AC = x$. Тогда по свойству касательной и секущей, проведённых из одной точки к окружности, получаем:

$$AB^2 = x(x - CD); 225 = x(x - 16); x^2 - 16x - 225 = 0,$$

откуда $x = 25$ или $x = -9$. Получаем, что $AC = 25$.

Ответ: 25.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

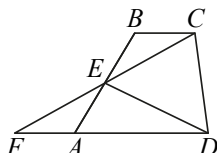
- 24** Точка E — середина боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника ECD равна половине площади трапеции.

Доказательство.

Пусть F — точка пересечения прямых CE и AD .

В треугольниках EFA и ECB стороны EA и EB равны по условию, углы при вершине E равны как вертикальные, а углы EBC и EAF равны как накрест лежащие при параллельных прямых AD и BC и секущей AB . Значит, треугольники EFA и ECB равны. Следовательно, их площади равны, поэтому площадь трапеции $ABCD$ равна площади треугольника FCD .

Из равенства треугольников EFA и ECB вытекает, что $FE = EC$, поэтому DE — медиана в треугольнике FCD . Тогда площадь треугольника DEC равна половине площади треугольника FCD , а значит, и трапеции $ABCD$.

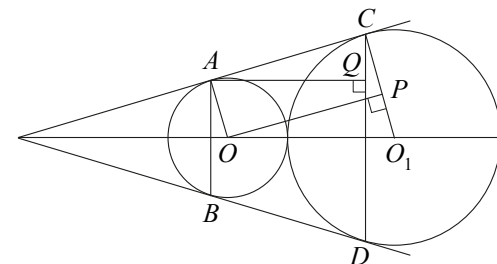


Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 25** Окружности радиусов 12 и 20 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D — на второй. При этом AC и BD — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .

Решение.

Пусть O и O_1 — центры первой и второй окружностей соответственно (см. рис.). Линия центров касающихся окружностей проходит через их точку касания, поэтому расстояние между центрами окружностей равно сумме их радиусов, то есть 32.



Опустим перпендикуляр OP из центра меньшей окружности на радиус O_1C второй окружности. Тогда $O_1P = O_1C - PC = O_1C - OA = 20 - 12 = 8$.

Из прямоугольного треугольника OPO_1 находим, что $OP^2 = 960$, а так как четырёхугольник $AOPC$ — прямоугольник, $AC = OP$.

Опустим перпендикуляр AQ из точки A на прямую CD , тогда

$$\angle O_1OP = 90^\circ - \angle OO_1P = \angle O_1CD = 90^\circ - \angle ACQ = \angle CAQ.$$

Прямоугольные треугольники AQC и OPO_1 подобны по острому углу,

поэтому $\frac{AQ}{AC} = \frac{OP}{OO_1}$. Следовательно, $AQ = \frac{OP \cdot AC}{OO_1} = \frac{OP^2}{OO_1} = 30$.

Ответ: 30.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл