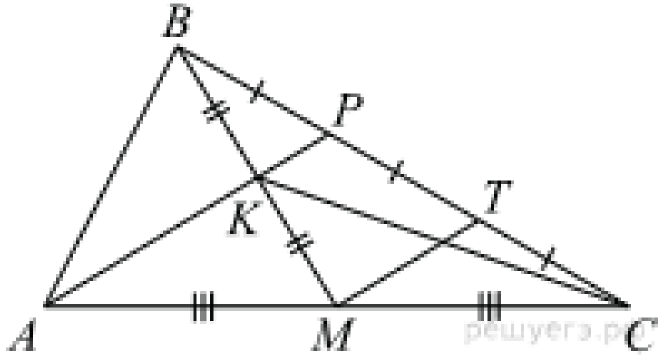
Система подготовки учащихся к ОГЭ по математике.

Решение геометрических задач повышенного уровня сложности



Лаврова-Кривенко Я. В.,

к.п.н., доцент каф.ЕМД

ТОГИРРО

Комбинация многоугольников и окружностей.

Задача №1

Середина M стороны AD выпуклого четырехугольника равноудалена от всех его вершин. Найдите AD, если BC = 8, а углы B и C четырехугольника равны соответственно 129° и 96°.

Комбинация многоугольников и окружностей.

Задача №1 (анализ задачной формулировки)

Середина M стороны AD выпуклого четырехугольника равноудалена от всех его вершин.

Найдите AD, если

BC = 8, а углы B и C четырехугольника равны соответственно 129° и 96°.

Комбинация многоугольников и окружностей.

Задача №1 (анализ задачной ситуации, установление конструктивных связей)

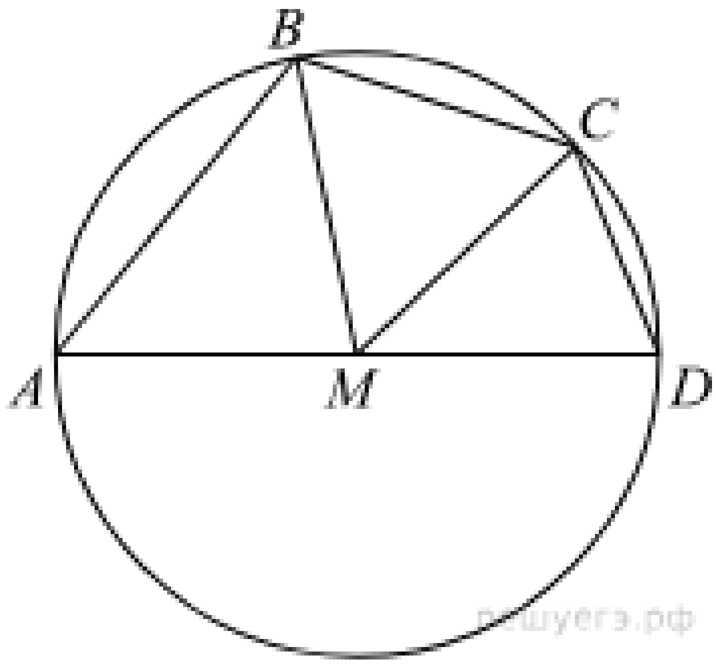
Середина М (3) стороны (2) AD (1) выпуклого четырехугольника равноудалена от всех его вершин.

Найдите AD (1), если

BC = 8, а углы B и C четырехугольника равны соответственно 129° и 96° (4).

Комбинация многоугольников и окружностей.

Задача №1



Комбинация многоугольников и окружностей.

Задача №1 (Теория, анализ)

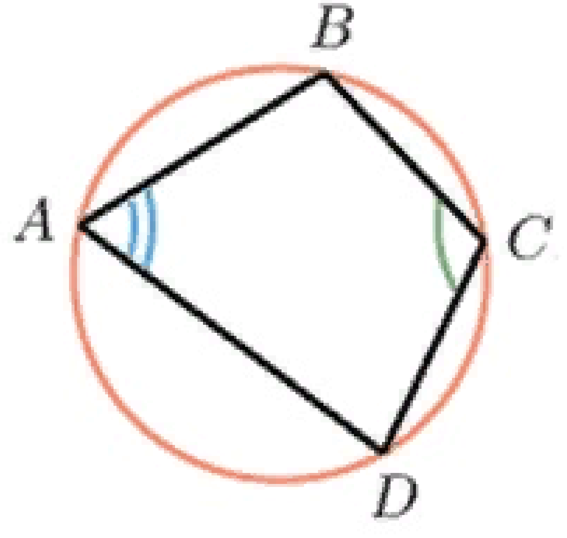
Вписанный в окружность четырехугольник – это четырехугольник, все вершины которого лежат на этой окружности.

Если взять произвольный четырехугольник, то вокруг него не всегда можно описать окружность, а лишь при выполнении определенных свойств

Комбинация многоугольников и окружностей.

Задача №1 (Теория, анализ)

Около четырехугольника можно описать окружность, если сумма его противолежащих углов будет равна 180°



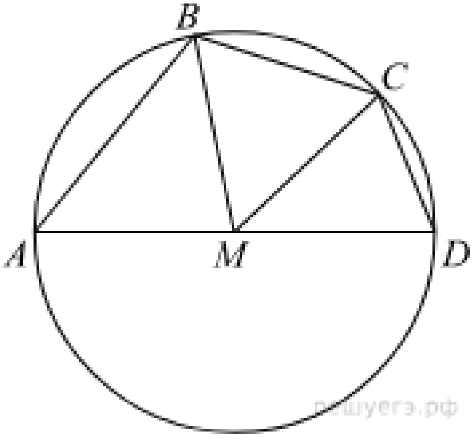
Комбинация многоугольников и окружностей.

Задача №1 ***(Решение)***

1. Поскольку существует точка, равноудаленная от всех вершин четырехугольника, в четырехугольник можно вписать в окружность.

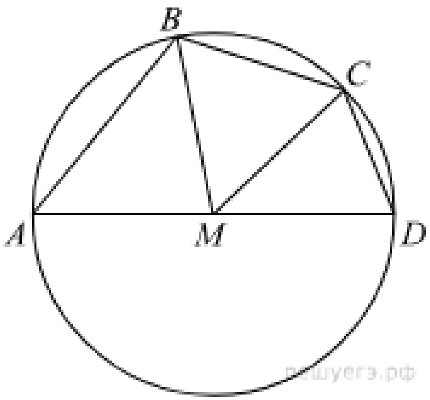
2. Четырехугольник вписан в окружность, следовательно, суммы противоположных углов

   равны 180°.



Комбинация многоугольников и окружностей.

Задача №1 ***(Решение)***



Таким образом,

$$\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ \Leftrightarrow \angle BAD = 84^\circ.$$

3. Отрезки AM, BM и CM равны как радиусы окружности, поэтому треугольники ABM и BMC – равнобедренные, откуда $\angle BAD = \angle ABM = 84^\circ$

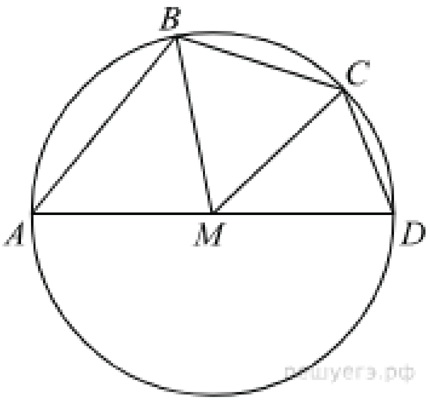
и $\angle MCB = \angle MBC = \angle ABC - \angle ABM = 45^\circ.$

Комбинация многоугольников и окружностей.

Задача №1 ***(Решение)***

4. Рассмотрим треугольник ВМС:

$$\angle BMC = 180^\circ - \angle MBC - \angle BCM = 90^\circ$$



по теореме о сумме углов

в треугольнике;

по теореме синусов <u>(справоч. м.)</u>

найдем сторону ВМ

$$\frac{BC}{\sin BMC} = \frac{BM}{\sin BCM} \Leftrightarrow BM = 8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow BM = 4\sqrt{2}.$$

5. AD – диаметр описанной окружности. **Ответ:** $8\sqrt{2}$

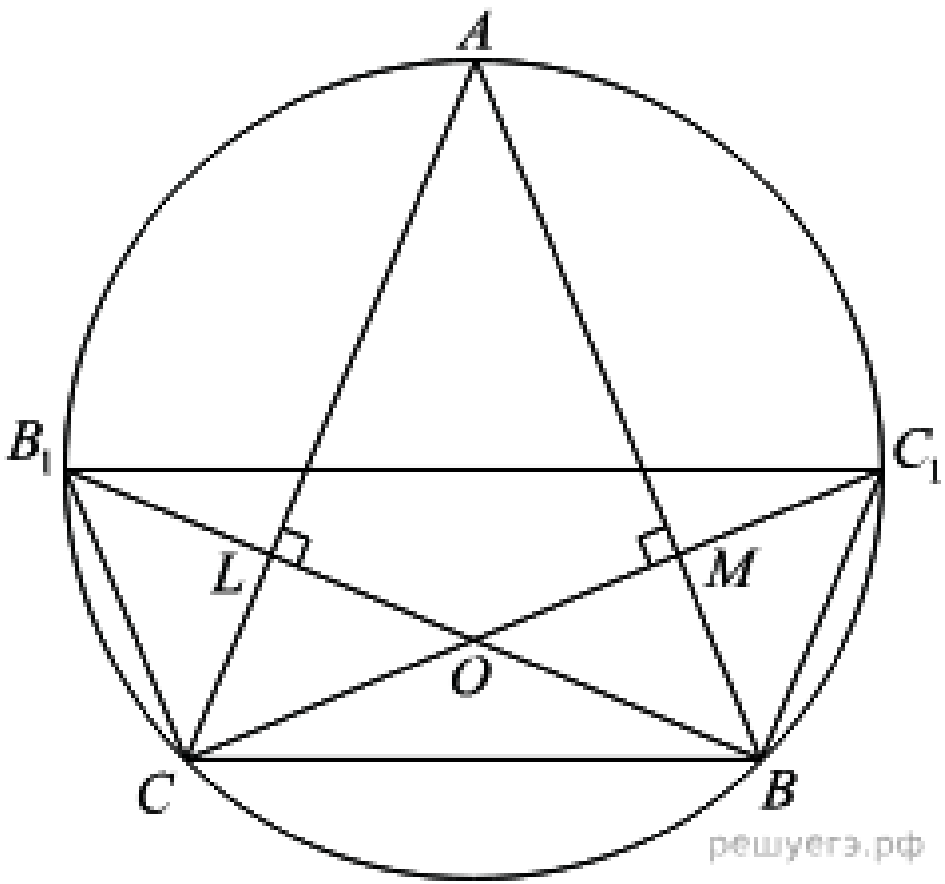
Комбинация многоугольников и окружностей.

Задача №2

Высоты остроугольного треугольника ABC, проведенные из точек B и C, продолжили до пересечения с описанной окружностью в точках B_1 и C_1. Оказалось, что отрезок B_1C_1 проходит через центр описанной окружности. Найдите угол BAC.

Комбинация многоугольников и окружностей.

Задача №2

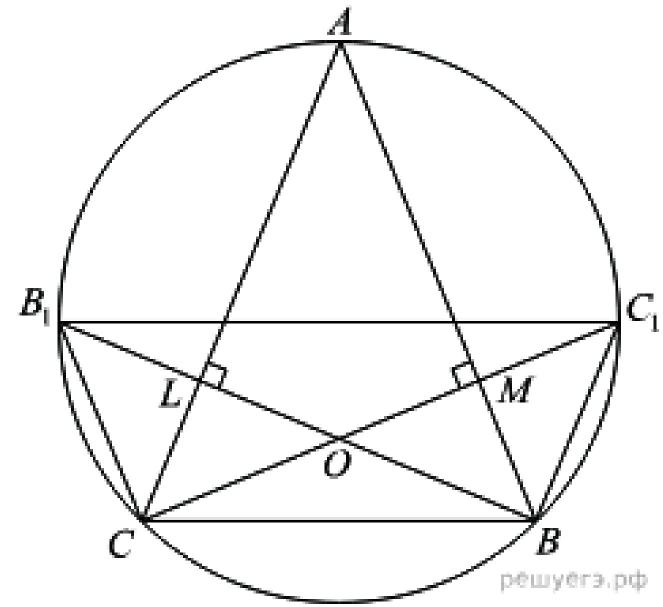


Комбинация многоугольников и окружностей.

Задача №2 ***(Решение)***

1. B_1C_1- диаметр описанной окружности по условию.

2. $\angle BB_1C = \angle CAB = \angle CC_1B$ – как вписанные, опирающиеся на одну и ту же дугу.



Комбинация многоугольников и окружностей.

Задача №2 ***(Решение)***

3. В прямоугольном треугольнике B_1OC:

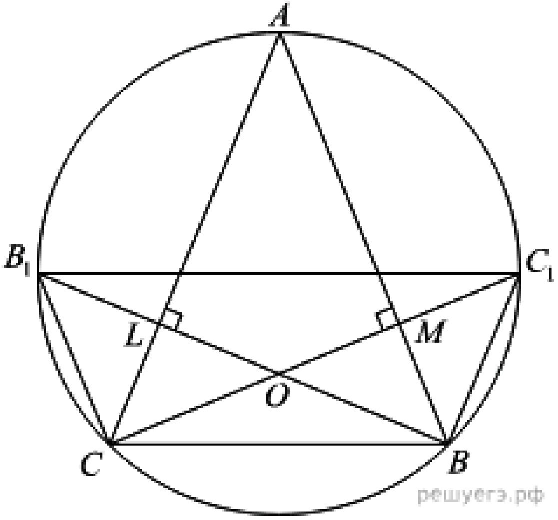
$$\llcorner B_1OC = 90° - \llcorner BB_1C.$$

В прямоугольном треугольнике LCO:

$$\llcorner LCO = 90° - \llcorner B_1OC = \llcorner BB_1C = \llcorner BAC.$$

4. Рассмотрим треугольник *CAM*:

$$\llcorner BAC = \llcorner ACC_1 = 45°.$$



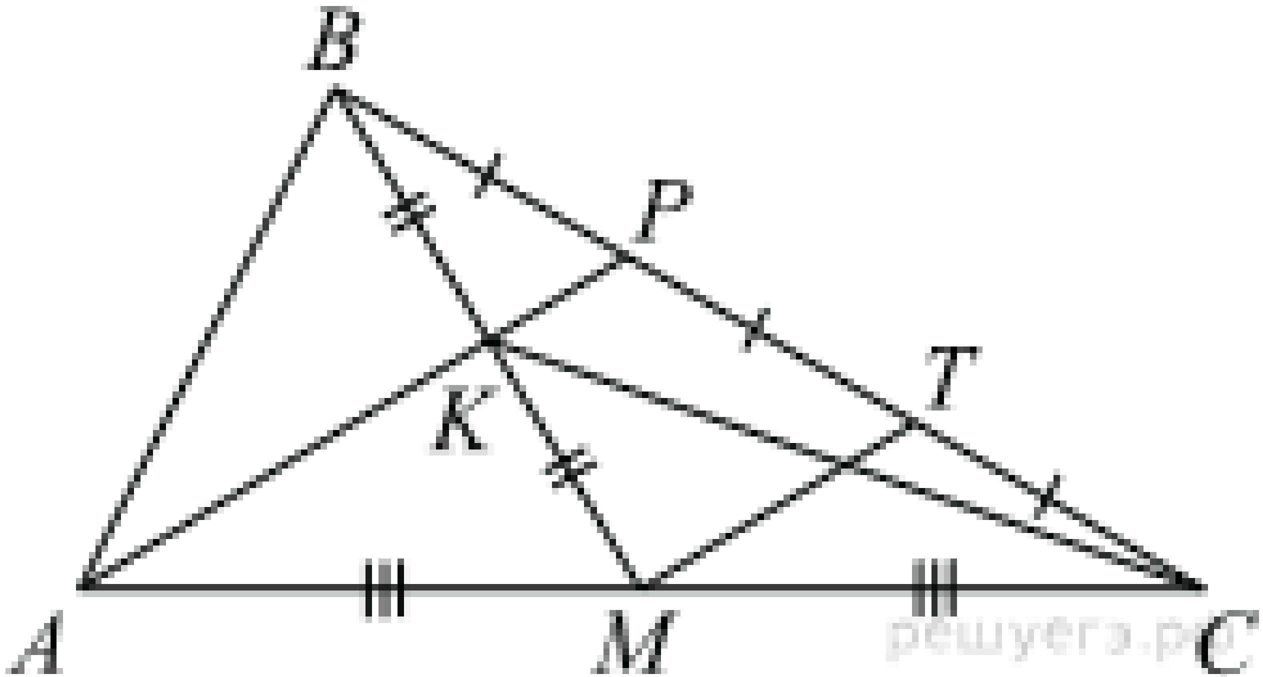
Ответ: 45 °

Треугольники.
Задача №3

Через середину К медианы ВМ треугольника АВС и вершину А проведена прямая, пересекающая сторону ВС в точке Р. Найдите отношение площади треугольника АВК к площади четырехугольника КРСМ.

Треугольники.

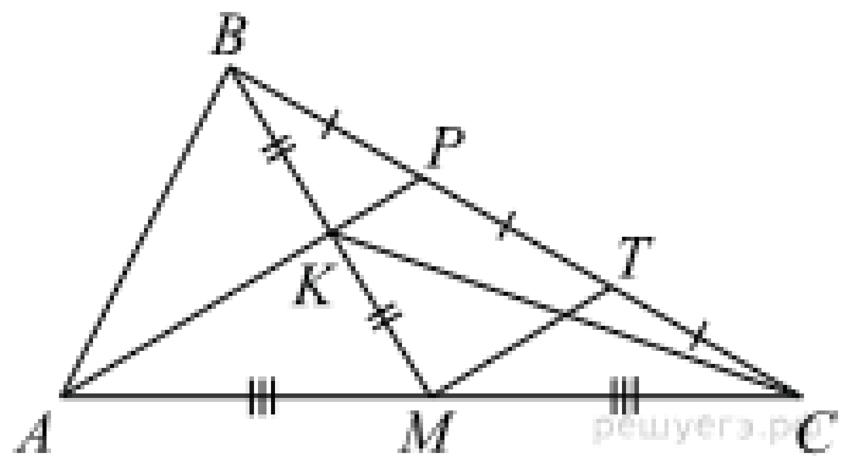
Задача №3



Треугольники.
Задача №3 ***(Решение)***

1. Проведем отрезок MT, параллельный AP. Тогда MT – средняя линия треугольника APC и CT = TP.

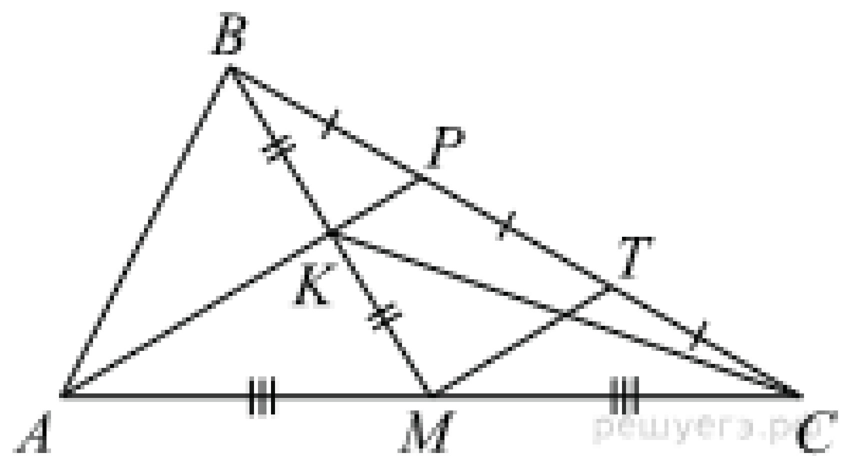
2. KP – средняя линия треугольника BMT и TP = BP



Треугольники.
Задача №3 ***(Решение)***

3. Обозначим площадь треугольника ВКР через **S**.

Тогда площадь треугольника КРС, имеющего ту же высоту и вдвое больше основание, равна **2S**.



Треугольники.
Задача №3 ***(Решение)***

4. Значит площадь треугольника СКВ равна **3S**

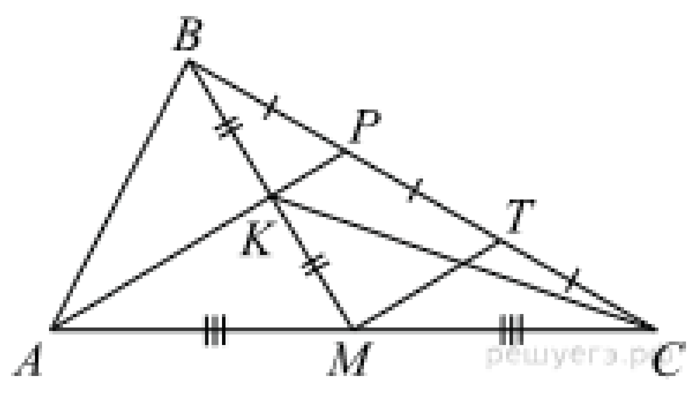
и равна площади треугольника СМК

(треугольники имеют одну высоту, проведенную из вершины С и равные основания),

которая также равна площади треугольника АМК.

5. Площадь треугольника АМК

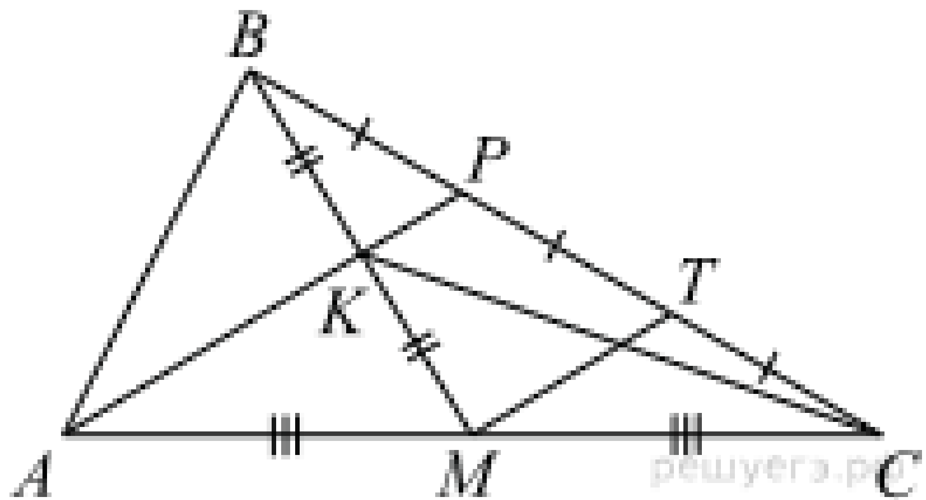
равна площади треугольника АВК



Треугольники.
Задача №3 (Решение)

6. Таким образом,

S_{BKP} = **S**, S_{KPC} = **2S**, $S_{\text{CMK}} = S_{\text{AMK}} = S_{\text{ABK}}$ = **3S**, S_{KPCM} = **5S**.



Значит,

$$\frac{S_{\text{ABK}}}{S_{\text{KPCM}}} = \frac{3}{5} = 0{,}6.$$

Ответ: 0,6

Четырехугольники.

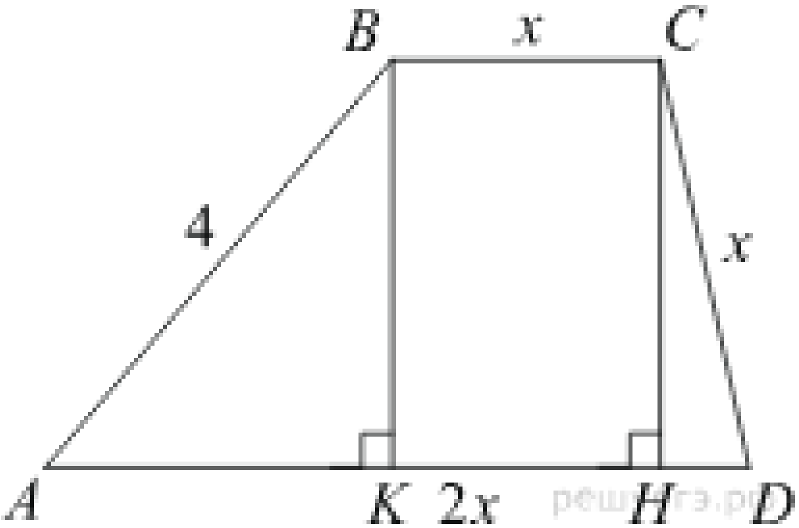
Задача №4

(для самостоятельной работы)

В трапеции ABCD основание AD вдвое больше основания BC и вдвое больше боковой стороны CD. Угол ADC равен 60°, сторона AB равна 4. Найдите площадь трапеции.

Четырехугольники.

Задача №4
(для самостоятельной работы)



Ответ: $12\sqrt{3}$

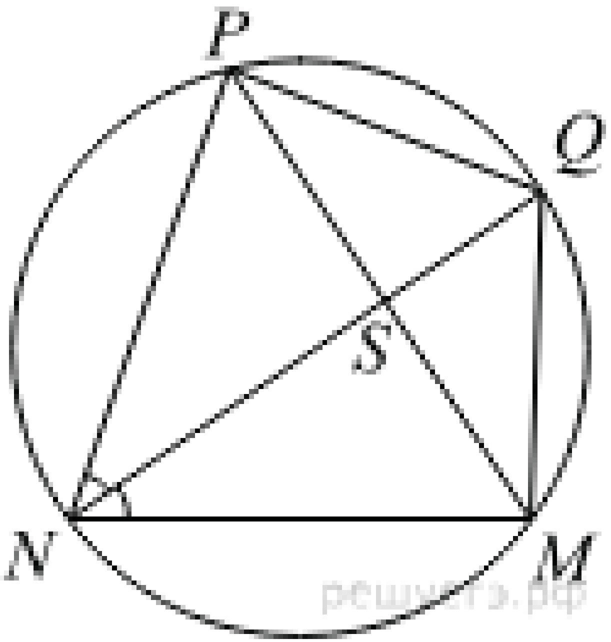
Комбинация многоугольников и окружностей.

Задача №5

В выпуклом четырехугольнике NPQM диагональ NQ является биссектрисой угла PNM и пересекается с диагональю PM в точке S. Найдите NS, если известно, что около четырехугольника NPQM можно описать окружность, PQ = 14, SQ = 4.

Комбинация многоугольников и окружностей.

Задача №5



Комбинация многоугольников и окружностей.

Задача №5 ***(Решение)***

1. Так как

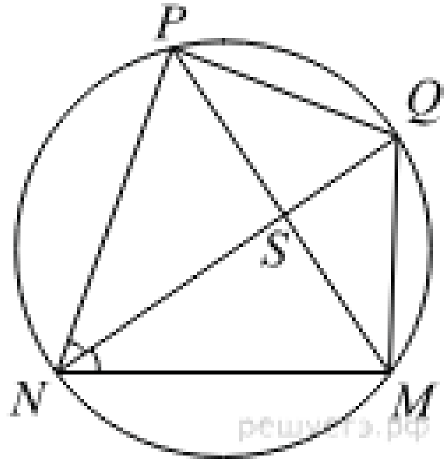
$$\angle QPS = \angle QPM = \angle MNQ = \angle QNP$$

треугольник PQS подобен треугольнику NQP по двум углам (угол при вершине Q общий).

2. Поэтому $\frac{QS}{PQ} = \frac{PQ}{QN}$.

Пусть $NS = x$. Тогда $\frac{4}{14} = \frac{14}{x+4}$.

Из этого уравнения находим, что $x = 45$.



Ответ: 45