Министерство общего и профессионального образования

**Российской Федерации**

**Тюменский областной государственный институт**

**развития регионального образования**

Всероссийская олимпиада по математике 2013-2014учебного года

Муниципальный этап

10 класс

1.Существуют ли целые числа x, y, z для которых

(3x - y)(3y - z)(3z - x) = 2013 ?

(7 баллов)

2. (Задача Ньютона). Трава на всем лугу растет одинаково быстро и густо. Известно, что 70 коров съели бы ее за 24 дня, а 30 коров за 60 дней. Сколько коров съели бы всю траву за 96 дней? Предполагается, что коровы съедают траву равномерно.

(7 баллов)

3. Докажите, что если в прямоугольном треугольнике все стороны выражаются целыми числами, то среди катетов найдется такой, длина которого делится на 3.

(7 баллов)

4. На продолжениях сторон АВ, ВС, СD и DА выпуклого четырехугольника откладываются отрезки ВВ1 = АВ, СС1 = ВС, DD1 = CD, AA1 = DA. Докажите, что площадь четырехугольника А1В1С1D1 в 5 раз больше площади исходного четырехугольника АВСD.

(7 баллов)

5. Шахматная доска размером 6×6 покрыта 18 костяшками домино (каждая костяшка покрывает две клетки доски). Докажите, что независимо от расположения костяшек всегда можно разрезать доску по прямой, параллельной одной из сторон края доски, не повредив ни одной костяшки домино.

(7 баллов)